निखळ मनोरंजन

डॉ. रमेश काणकोणकर

निखळ मनोरंजन

डॉ. रमेश काणकोणकर



निखळ मनोरंजन
पहिली आवृत्ती :
ऑगस्ट १९८९

प्रकाशक :
अशोक केशव कोठावळे,
मॅजेस्टिक प्रकाशन,
३१६, प्रसाद चेंबर्स,
गिरगाव, मुंबई ४०० ००४.

मुद्रक :
रवींद्र केशव कोठावळे,
ॐ मुद्रणालय,
२५० अ, शनिवार पेठ,
पुणे ४११ ०३०.

मुखपृष्ठ :
ऋजुता घाटे



कुलदैवत श्री मंगेश चरणी अर्पण

कोडी सोडवण्यापूर्वी—

नाटक, सिनेमा, खेळ, हास्यकथा, चुटके, रहस्यकथा वगैरेप्रमाणेच कोडी सोडविणे हे मनोरंजनाचे एक उत्तम साधन आहे. रहस्यकथांप्रमाणे वाचकांना एका जागी खिळवून ठेवण्याचे सामर्थ्य कोड्यांमध्येही आहे. रहस्यकथेत रहस्य-निर्मिती आणि रहस्यभेद ह्या दोन्ही गोष्टी लेखकालाच पार पाडाव्या लागतात; तर कोड्यांच्या बाबतीत समस्यारूपी रहस्याचा भेद वाचकाला करावा लागतो. त्यासाठी त्याला कोड्यात दिलेल्या घटनांचे व विधानांचे विश्लेषण करावे लागते, हिशेबासाठी आकडेमोड करावी लागते, तर्कसंगत युक्तिवाद करावा लागतो, चाकोरीबद्धच नव्हे तर चाकोरीबाहेर जाऊनही कोड्यात आलेल्या गोष्टींकडे निरनिराळ्या कोनांतून पाहावे लागते.

कोडे सोडविल्यावर वाचकाला निर्भेळ आनंद मिळतो यात शंका नाही. शिवाय प्रत्यक्ष कोडे सोडवीत असतानाही त्याचे निखळ मनोरंजन होत असते; त्याच्या मनःपटलावर अनेक व्यावहारिक तत्त्वे कोरली जात असतात तसेच मनोरंजनाबरोबर त्याचा निकोप मनोविकासही होत असतो.

प्रस्तुत पुस्तकात दहा शीर्षकांखाली पन्नास कोडी दिलेली आहेत. यापैकी ‘ खेळ खेळूया सारे आपण ’, ‘ इथं कोडं वयात नव्हे, वय कोड्यात येतं ’ ‘ ध्या ही कोडी वजनावर आणि मापावर ’, ‘ अंकांची कवायत ’, ‘ वेगाची वेगळी कोडी ’ ‘ हिशेबाची कसोटी ’ आणि ‘ संकीर्ण ’ या शीर्षकांखाली दिलेली कोडी गणित, बीजगणित आणि भूमिती यावर आधारलेली आहेत; तर ‘ जायचं कसं पैलतटा ! ’, ‘ करा बरं तर्क ! ’ ही कोडी तर्कावर आधारित आहेत. ‘ पाहा शोधून संकेत या कोड्यांतला ’ या शीर्षकाखालील कोडी म्हणजे तर्क आणि गणित यांचा सुंदर मिलाफ आहे. कोड्यांच्या या प्रकाराची सुरुवात दुसऱ्या महायुद्धाच्या काळी झाली.

ही सारी कोडी वाचकांचे मनोरंजन करतील अशी आशा आहे. वाचकास एखादे कोडे न सुटल्यास ते कसे सोडवावे हे कळावे या उद्देशाने पुस्तकाच्या शेवटी केवळ उत्तरे न देता, प्रत्येक कोडे विस्ताराने सोडवून दिले आहे.

सुरेख व सुबक छपाई करून पुस्तक प्रसिद्ध केल्याबद्दल मॅजेस्टिक प्रकाशनचे श्री. अशोक कोठावळे आणि मुद्रितशोधन व्यवस्थितपणे केल्याबद्दल श्री. मनोहर बोर्डेकर यांचा मी आभारी आहे. चित्रकर्ती ऋजुता घाटे हिने मनोवेधक मुखपृष्ठ रेखाटल्याबद्दल तिलाही धन्यवाद !

पुस्तकातील मजकूर शक्य तो दोषरहित ठेवण्याचा प्रयत्न केला आहे. तथापि त्यात दोष किंवा उणीवा आढळून आल्यास त्या निदर्शनास आणून देण्याची कृपा करावी.

२४ ऑगस्ट १९८९ —डॉ. रमेश काणकोणकर

गोपाळकाला

अनुक्रमणिका

पाहा शोधून संकेत या कोड्यातला

घ्या ही कोडी वजनावर आणि मापावर !

अंकांची कवायत

वेगाची वेगळी कोडी

हिशेबाची कसोटी

संकीर्ण

(* कंसातील क्रमांक हे त्या त्या प्रश्नाचे उत्तर असणाऱ्या पृष्ठांचे आहेत.)

खेळ खेळू या सारे आपण

१. झंझावाती खेळ

'माय प्लेजर' सिगारेट कंपनीने आयोजित केलेल्या ५० मर्यादित षटकांच्या क्रिकेटस्पर्धेत एका स्थानिक संघाने अगदी झंझावाती खेळ करून प्रेक्षकांच्या डोळ्यांचे पारणे फेडले.

भराभर धावा जमविण्याच्या गडबडीत एक चोरटी धाव घेताना त्यांचा सलामीचा खेळाडू स्वतःच्या ४१ धावा असताना धावबाद झाला. षट्कारांची अक्षरशः आतषबाजी केलेले चारी खेळाडू स्वतःचे पावशतक होण्यापूर्वीच झेल-बाद झाले आणि त्यांनी मिळून एकूण ७८ धावा केल्या. फटकावण्याच्या नादात चेंडू हुकल्याने त्रिफळाचीत झालेल्या दोघा खेळाडूंनी एकूण ४९ धावा केल्या. पदलालित्याच्या दोषामुळे दोन खेळाडूंवर पायचीत होण्याची पाळी आली. त्य दोघांच्या मिळून एकूण १५ धावा झालेल्या असल्या तरी दोघांची वैयक्तिक धावसंख्या १० हून कमी होती. पुढे जाऊन चेंडूवर तुटून पडणारा एक खेळाडू स्वतःच्या २० धावा असताना यष्टिचीत झाला होता. अवांतर धावा ११ होत्या. या संघाचा कर्णधार कोण होता हे बऱ्याच जणांना माहीत नव्हते परंतु अधिक चौकशीनंतर असे कळले की संघातील खेळाडूंच्या सरासरी धावां-हून त्याने केलेल्या वैयक्तिक धावा ५७ ने जास्त होत्या; तर कर्णधाराने एकूण किती धावा काढल्या ? आणि संघाची एकूण धावसंख्या काय ?

२. सागरगोट्यांचा वेगळा खेळ

सिंधू आणि बिंदू या दोन शाळकरी मुली १५ सागरगोटे घेऊन नेहमीपेक्षा एक वेगळा खेळ खेळत होत्या; तो असा :

१५ सागरगोटे दोघींच्या मध्ये ठेवायचे. नंतर प्रत्येकीने आळीपाळीने आपल्या इच्छेनुसार एकेवेळी १, २ किंवा ३ सागरगोटे उचलून घ्यायचे. अशा

प्रकारे पंधराही सागरगोटे वाटून घेतल्यावर जिच्याकडे विषम संख्येचे सागरगोटे येतील ती विजेती; म्हणजे समजा, सिंधूकडे जर ७ सागरगोटे आले आणि बिंदूकडे ८ सागरगोटे आले; तर सिंधू विजेती आणि जर का सिंधूकडे ६ सागरगोटे आले आणि बिंदूकडे ९ सागरगोटे आले तर बिंदू विजेती.

या खेळात सिंधू जर प्रथम खेळणार असेल तर सिंधू विजेती होईल की बिंदू ? व हे कसे शक्य आहे ?

३. विजेती कोण ?

आगगाडीच्या लांबच्या कंटाळवाण्या प्रवासात विरंगुळा म्हणून उषा, उज्ज्वला, उल्का, उर्मिला व उर्वशी या कॉलेजकन्यका पत्ते खेळायला बसल्या. केवळ वेळ घालवायचा असल्याने त्यांनी अगदी साधा खेळ खेळण्याचे ठरवले. खेळ असा होता की कोणत्याही एका जातीची एक्का ते दश्शापर्यंतची दहा पाने घ्यायची आणि ती पिसून प्रत्येकीस दोनदोन पाने वाटायची. जिच्याकडील पानांच्या मूल्यांची बेरीज जास्त होईल ती विजेती.

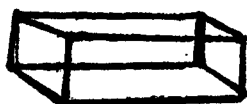
पहिल्या वेळी उषेने पाने पिसली व वाटप केले. उज्ज्वलेकडे आलेल्या पानांची बेरीज १४ झाली. उर्वशीकडील पानांची बेरीज होती ५. उर्मिलेकडील पानांची बेरीज ७ अन् उल्केकडील पानांची बेरीज ११ होती; तर उषेला व तिच्या चारी मैत्रिणींच्या वाट्याला कोणती पाने आली आणि ह्या डावाची विजेती कोण होती ?

४. चंद्रहासकडील फासे

चंद्रहासकडे सुंदर हस्तिदंती फासे आहेत. फाशांचा आकार असा आहे की एका फाशाने बुद्धिबळाच्या पटावरील लगतचे दोन चौरस पूर्णतया झाकता येतात. विरंगुळा म्हणून चंद्रहास कित्येकदा ३२ फासे घेतो आणि बुद्धिबळाच्या पटावरील सारे चौरस त्यांनी झाकून टाकतो. चंद्रहासचा एकदा काय झाले कुणास ठाऊक ! त्याने पटाच्या विरुद्ध कोपऱ्यातील एकेक चौरस (सोबतच्या चित्रात दाखविल्याप्रमाणे) कापून टाकला आणि पटावरील चौरसांची संख्या

६२ केली. नंतर फक्त ३१ फासे घेऊन तो पटावरील सारे चौरस पूर्वीप्रमाणे पूर्णतया झाकायला बसला; तर त्याला या कामात यश येईल का ? असल्यास का, नसल्यास का नाही ते सांगा.

हस्तिदंती
फासा



५ : कॅरम स्पर्धेतील जोड्या

'आल्हाद–अंबिका', 'चारुदत्त-चंद्रिका', 'माधव–मधुमती' आणि 'राजेश-रती' या चार जोडप्यांनी कॅरमच्या मिश्र दुहेरी स्पर्धेत भाग घेताना असे ठरविले की, कोणत्याही जोडप्याने भिडू किंवा प्रतिस्पर्धी म्हणून बसू नये. तसेच कोणीही एकाहून अधिक वेळा त्याच खेळाडूचा भिडू वा प्रतिस्पर्धी होऊ नये.

या अटींचे पालन करून ही चार जोडपी रोज दोन कॅरमवर प्रत्येकी एकेक याप्रमाणे तीन दिवसांत सहा सामने खेळली. तर सहा सामन्यांसाठी त्यांनी कशा जोड्या लावल्या असतील?

६. मोटारगाड्यांची गोलाकार शर्यत

मी, शांभवी आणि जान्हवी अशा आम्ही तिन्ही मैत्रिणी मिळून मोटार-गाड्यांची शर्यत पाहायला महालक्ष्मीच्या घोड्यांच्या शर्यतीच्या मैदानावर निघालो होतो. कारण जुन्या मोटारगाड्यांची ही शर्यत वर्तुळाकार घ्यायची ठरल्याने आयोजकांना अश्व मैदान सोईचे वाटले होते.

पण आम्हा स्त्रियांच्या स्वभावानुसार आम्हांस मैदानावर पोहोचण्यास उशीर झाला आणि आम्ही तेथे पोहोचेपर्यंत शर्यत सुरूही झाली. डोळ्यांवर विश्वास बसणार नाही इतक्या सुसाट वेगाने त्या मोटारी चक्राकार फेऱ्या मारीत होत्या.

इतक्यात शांभवी म्हणाली, 'ती पांढऱ्या व काळ्या चौकडीची मोटार दिसते ना, ती महाराष्ट्रातील प्रसिद्ध मोटारचालकपटू दोडगे यांची आहे व तेच ती चालवत असले पाहिजेत.'

'अग हो, बरोबर ओळखलंस हं तू. त्यांचीच ती मोटार!' जान्हवीने पुष्टी दिली. आणि ती पुढे म्हणाली, 'पण काय ग, या शर्यतीत एकूण किती मोटारींनी भाग घेतला आहे?'

मला व शांभवीला त्याबद्दल काहीच माहीत नसल्याने आम्ही गप्प बसलो. तोच मागून आवाज आला, 'दोडगेच्या मोटारीच्या पुढं जितक्या मोटारी आहेत त्यांच्या एकचतुर्थांश मोटारी जर दोडगेच्या मोटारीच्या मागे असलेल्या मोटारीच्या चारपंचमांश मोटारींत मिळविल्या तर शर्यतीत एकूण किती मोटारींनी

भाग घेतला आहे हे कळतं.'

इतकं कोड्यात कोण बोलतंय म्हणून मी मागे वळून पाहिलं तर नेहमीच थट्टामस्करी करणारी माझी कॉलेजमधील मैत्रीण मोहिनी मागे उभी होती.

आमची नजरानजर होताच ती म्हणाली, 'शारू, ही चेष्टा नाही हं. अगदी खरंच. मोटारींची संख्या नक्की मिळेल.'

मला, शांभवीला आणि जान्हवीला हे कोडं काही उलगडलं नाही. पण तुम्हाला तरी ते उलगडतं का हे पाहा बरं!

जायचं कसं पैलतटा ?

७. समजूतदार सावळ्या तरे व काशा तामोरे

सावळ्या तरे व काशा तामोरे यांचे संबंध जरी सलोख्याचे होते तरी त्यांच्या बायकांचे व मुलांचे एकमेकांशी मुळीच पटत नव्हते. त्यामुळे अलीकडच्या वादळाच्या व पुराच्या जबरदस्त तडाख्यात जेव्हा काळ्या नदीवरचा पूल वाहून गेला तेव्हा ह्या दोन कुटुंबांसमोर एक नवाच प्रश्न उभा राहिला. कारण बाजारहाट करण्यासाठी त्यांना नदीच्या पलीकडे जावे लागे; म्हणजेच पूल वाहून गेला तरी नदी ओलांडणे आवश्यक होते. नदी ओलांडण्याला एकच एक होडी व तीही वल्हवायची आणि फक्त दोन माणसांची सोय असलेली! त्यामुळे चुकून जरी सावळ्याच्या बायकोची किंवा मुलाची काशाच्या बायकोशी वा मुलाशी होडीत गाठ पडली की ठिणगी उडालीच! हे टाळण्यासाठी नदी ओलांडताना सावळ्या व काशा आपापल्या कुटुंबियांबरोबर राहत.

पण परवा तर मोठीच पंचाईत झाली. कारण नदी ओलांडण्यासाठी सावळ्या, त्याची बायको व मुलगा असे 'समस्त तरे कुटुंब' व काशा, त्याची बायको व मुलगा असे 'समस्त तामोरे कुटुंब' एकाच वेळी होडीजवळ पोहोचली. दोन्ही कुटुंबांना लवकरात लवकर पलीकडे जायचे होते, तरीही दोघाही कर्त्या पुरुषांना भांडणतंटा टाळायचा होता. म्हणजेच त्यांना त्यांच्या बायकांना किंवा/आणि मुलांना एकत्र येऊ द्यायचे नव्हते. ते दोघेजण एकत्र कितीही वेळ गुण्यागोविंदाने राहू शकत होते, तर भांडणतंटा टाळून त्यांनी लवकरात लवकर नदी कशी ओलांडली असेल ?

लक्षात ठेवा, खरेदीसाठी पैलतीरीच्या बाजारात जायचे असल्याने कोणीही पोहून पलीकडे गेलेला नाही. सारेजण होडीतूनच गेले आहेत व तेही दोन माणसे बसण्याचा नियम न मोडता. साऱ्यांनाच होडी वल्हवता येत होती; परंतु दोन्ही मुलगे लहान असल्याने होडी वल्हवून पैलतीर गाठणे त्यांना जमत नव्हते.

८. पहिलवानांनी काय युक्ती योजली ?

एकदा एका नदीकिनाऱ्यावर हातात सोन्याचे जाड कडे असलेले तीन सधन पहिलवान आणि तीन दरोडेखोर यांची सकाळीच उभ्याउभ्या गाठ पडली. पहिलवान आणि दरोडेखोर दोघांनाही नदी ओलांडायची होती. पण तेथे नेहमीचीच अडचण! होडी चालवायला नाविक नव्हता अन् होडी इतकी लहान होती की तीत दोघांहून जास्त माणसे बसू शकत नव्हती. नदीचे पात्रही इतके रुंद होते की नदी पोहून जाणे शक्य नव्हते. बरे, दरोडेखोर असे भयंकर होते की, लुटमार करण्याची संधी ते कधीच वाया घालविणे शक्य नव्हते. केवळ तीन पहिलवान त्यांच्या तोडीस तोड होते, म्हणूनच दरोडेखोर गप्प होते. पण जर का ऐलतीरी वा पैलतीरी पहिलवानांच्या संख्येहून त्यांची संख्या जास्त झाली असती तर त्यांनी पहिलवानांच्या हातांत सोन्याची कडी राहू दिली नसती. भरीस भर म्हणजे जंगलात घोड्यावरून धुमाकूळ घालणाऱ्या त्या दरोडेखोरांपैकी दोघांना होडी वल्हवता येत नव्हती. नशीब की तिसऱ्या दरोडेखोराला आणि तिन्ही पहिलवानांना होडी वल्हवता येत होती.

अशा या संकटात सापडलेल्या पहिलवानांनी काय युक्ती योजली असेल व कोणताही धोका न पत्करता त्यांनी नदी कशी पार केली असेल ?

९. बालहट्ट

'आले' या पलीकडच्या गावच्या जत्रेला जाताना 'बेल्हे' गावच्या लोकांना नेहमीच नदी ओलांडून जावे लागे.

स्वतः भरजरी पटका बांधून व नवीन परकर-पोलकं घातलेल्या आपल्या शीला या मुलीला घेऊन शांताराम होडीत बसण्यास जेव्हा नदीच्या किनाऱ्यावर आला, तेव्हा त्याला दिसून आले की, त्याच्या अगोदर त्याच्याच गावचा इरगोंडा, ईरा या आपल्या मुलीसह, जगन्नाथ जाई या मुलीला, दामोदर दीपाला आणि व्यंकटेश व्योमाला घेऊन पलीकडे गेलेली होडी परत येण्याची वाट पाहात नदीकाठी उभे होते.

शांतारामला पाहून इरगोंडा म्हणाला, 'अरे, आज आपली फजिती आहे.

होडीला नावाडी नाही म्हणून लहान होडी ठेवली आहे अन् तीत इन मीन तीनच माणसं बसू शकतात. त्यात आज अगोदरच उशीर झालाय. बहुतेक देवाची पालखी चुकेल!' त्यावर शांताराम म्हणाला, 'काही चिंता नको इरगोंडा! आपल्या सर्वांच्या मुलींना होडी वल्हविता येते हे माहीत आहे ना तुला? मग जाऊ आपण सारेजण नऊ फेऱ्यात.'

इतक्यात जाई आणि शीला म्हणाल्या, 'पण आम्ही आमच्या बाबांना सोडून दुसऱ्यांबरोबर होडीतून जाणारच नाही मुळी!'

'मग आमचं तरी काय अडलंय? आम्ही पण दुसऱ्यांच्या बाबांबरोबर होडीतून जाणार नाही की पलीकडे राहणार नाही.' व्योमा, ईरा व दीपा एका सुरात म्हणाल्या.

बालहट्टच तो! पाचही मुली आपल्या वडिलांशिवाय ना होडीतून जायला तयार, ना दुसऱ्यांच्या वडिलांबरोबर ऐलतीरावर वा पैलतीरावर राहायला तयार.

शेवटी जगन्नाथने त्यांची समजूत घातली; तेव्हा कोठे निदान मैत्रिणींबरोबर होडीतून जायला व त्यांच्याबरोबर दोनापैकी कोणत्यातरी तीरावर राहायला त्या तयार झाल्या. तथापि, त्यांचे 'बाबा' नसताना इतर मुलींच्या बाबांबरोबर राहायला मात्र त्या मुली मुळीच तयार झाल्या नाहीत. एवढे होईपर्यंत होडी पुन्हा बेल्हे तीरी आली होती. तर हे 'बेल्हे' गावचे पाच गावकरी आपल्या मुलींचा हट्ट पुरवून 'आले' येथे कसे गेले असतील ते सांगा पाहू!

करा बरं तर्क!

१०. सजा

लार्जांतेर्र येथील राज्यक्रांतीनंतर पदच्युत राजे दुमॉव, त्यांचा मुख्य सल्लागार किसिफेरॉ आणि मुख्यमंत्री प्रोगॉल यांना अटक करण्यात आली आणि त्यांच्यावर क्रांतिकारी न्यायालयात खटले भरण्यात आले. न्यायालयात सुनावणी झाल्यावर सजा फर्मावण्यापूर्वी न्यायाधीश प्रत्येक बंद्याशी थोडा वेळ बोलले.

ते राजे दुमॉवना म्हणाले की, मुख्य सल्लागार किसिफेरॉ आणि मुख्यमंत्री प्रोगॉल यांना जर सारख्याच शिक्षा ठोठावण्यात आल्या तर राजे दुमॉव तुमचा शिरच्छेद करण्यात येईल.

मुख्य सल्लागार किसिफेरॉ यांच्याशी बोलताना ते म्हणाले की, राजे दुमॉव आणि मुख्यमंत्री प्रोगॉल यांना जर सारख्याच शिक्षा देण्यात आल्या तर किसिफेरॉ तुम्हाला जन्मठेपेची शिक्षा देण्यात येईल.

मुख्यमंत्री प्रोगॉलना न्यायाधीश साहेब म्हणाले, 'जर का राजे दुमॉव आणि त्यांचे मुख्य सल्लागार किसिफेरॉ यांना वेगवेगळ्या शिक्षा झाल्या तरच तुम्ही निर्दोषी म्हणून सुटू शकाल!'

त्यानंतर न्यायाधीशांनी शिक्षा सुनावली. ते म्हणाले, उद्या तुमच्यापैकी एक निर्दोष सुटेल, एकाला जन्मठेपेची शिक्षा होईल आणि तिसऱ्याचा शिरच्छेद करण्यात येईल.' शेवटी 'बंद्यांना घेऊन जावे' असा त्यांनी रक्षकांना हुकूम केला.

बंद्यांना रक्षक घेऊन जाऊ लागताच तिघेही आरोपी एका स्वरात ओरडले, 'थांबा, यांपैकी कोणाच्या वाट्याला कोणती शिक्षा आली आहे ते न्यायाधीशसाहेबांनी कोणताही आडपडदा न ठेवता स्पष्ट करावे.'

'हे तर मी तुम्हाला आधीच सांगितले आहे,' निर्विकार चेहऱ्याने पण अगदी गंभीर आवाजात न्यायाधीश साहेबांनी उत्तर दिले आणि ते तेथून थंडपणे निघून गेले.

तर कोणाला कोणती सजा झाली होती?

११. किती खोके उघडावेत ?

सुयश क्रीडा साहित्य भाण्डारातील दर्शनी कपाटात पुठ्याचे तीन खोके ठेवले होते. त्यांपैकी एका खोक्यात बिलियर्ड्‌सचे दोन लाल चेंडू होते आणि खोक्याच्या झाकणावर खोक्यातील चेंडूचे रंग सांगणारे ‘ला ला’ असे लेबल होते. दुसऱ्या खोक्यात बिलियर्ड्‌सचे दोन पांढरे चेंडू होते आणि त्याच्या झाकणावर ‘पां पां’ असे लेबल होते आणि तिसऱ्या खोक्यात बिलियर्ड्‌सचा एक पांढरा व एक लाल चेंडू होता आणि झाकणावर ‘ला पां’ असे लेबल होते.

गिऱ्हाईकाला चेंडू दाखवून झाल्यावर खोके पुन्हा बंद करून ठेवताना तेथील विक्रेत्याने गडबडीत तिन्ही खोक्यांवरील झाकणे बदलली. त्यामुळे एकाही खोक्यावर चेंडूचे रंग सांगणारे मूळचे लेबल उरले नाही.

आता प्रत्येक खोक्यातील फक्त एक चेंडू पाहून तिन्ही खोक्यांवर योग्य लेबल असलेली झाकणे लावा असे जर तुम्हाला कोणी सांगितले, तर तुम्ही कमीत कमी किती खोक्यातील एकेक चेंडू पाहाल ?

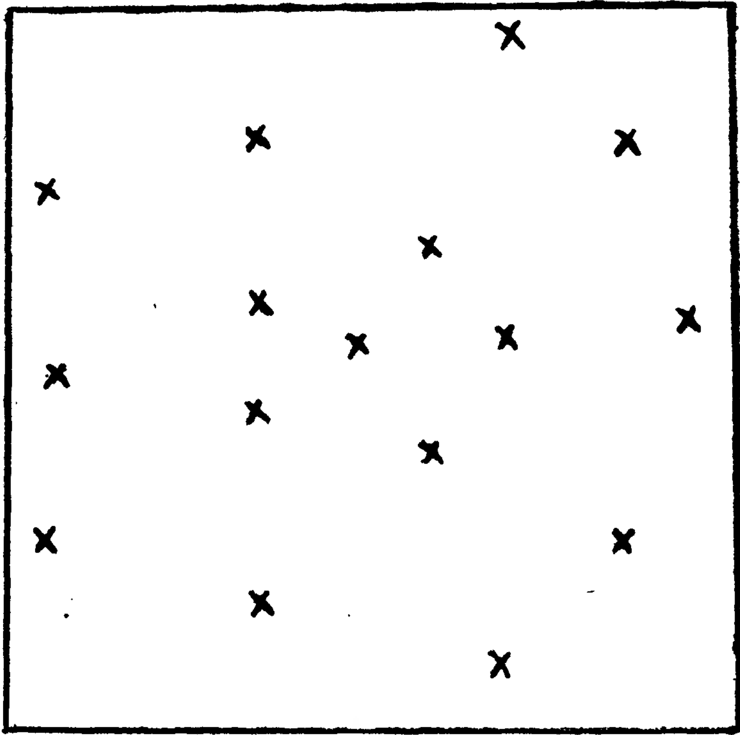
१२. रंजीस आणणाऱ्या १६ फुल्या

शाळेच्या मासिकासाठी मुखपृष्ठावरचे चित्र तयार करण्यात चित्रकलेचे शिक्षक श्री. बुन्देळू अगदी दंग झाले होते. इतक्यात मुख्याध्यापकांनी त्यांना दहावी ‘अ’ च्या वर्गावर जाण्यास सांगितले. कारण दहावी ‘अ’ चा तेव्हा गणिताचा तास होता, व गणिताचे शिक्षक न आल्याने दहावी ‘अ’च्या वर्गात गोंगाट सुरू झाला होता.

मुलांना गप्प तर ठेवायचेच, पण आपले कामही चालू ठेवायचे यासाठी बुन्देळूसरांनी एक युक्ती योजली. वर्गावर जाताच त्यांनी फळ्यावर एक चौरस आखला व त्यात खालील आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे १६ फुल्या मारल्या.

नंतर ते विद्यार्थ्यांना उद्देशून म्हणाले की कमीत कमी सरळ रेषा आखून ह्या साऱ्या फुल्या एकमेकींपासून वेगळ्या करायच्या आहेत. फुल्या वेगळ्या करण्याची अट म्हणजे प्रत्येक फुली सर्व बाजूंनी सरळ रेषांनी बंदिस्त असली पाहिजे.

फुल्या वेगळ्या करण्याच्या कामास मुले लागताच बुन्देळूसरांनी आपल्या चित्राचे काम चालू ठेवले ते तास संपेपर्यंत ! कारण फुल्या वेगळ्या करणे



कोणाही मुलांला जमले नाही. शेवटी बुन्देलूसरांनी वर्गातून जाण्यापूर्वी फळ्यावरील आकृतीत झरझर सरळ रेषा ओढल्या व कोडे सोडवून दाखवले; तर बुन्देलूसरांनी हे कसे केले असेल ?

१३. पाहुण्यांचा पेशा

एका मेजवानीच्या प्रसंगी एक प्राध्यापक, एक अभियंता, एक वकील व एक डॉक्टर असे चार सन्माननीय पाहुणे उपस्थित होते. त्यांची नावे होती अजय, अभय, अमेय अन् अक्षय. मात्र ही नावे अगोदर आलेल्या पेशांच्या अनुक्रमाने नाहीत.

अजयचे आणि अभियंत्याचे अमेयशी पटत नव्हते. परंतु अभयची आणि डॉक्टरची दाट मैत्री होती. अमेय वकिलाचा नातेवाईक होता आणि प्राध्यापक

हा अक्षय व डॉक्टर या दोघांचा चांगला मित्र होता. या माहितीच्या आधारे तुम्ही त्या चौघा पाहुण्यांची त्यांच्या पेशांशी सांगड घालून देऊ शकता का ?

१४. तल्लख बुद्धीचे मि. शार्पब्रेन

'सॉफ्टकॅसल ॲण्ड लॉर्ड' या परदेशी कंपनीचे नवे व्यवस्थापन संचालक मि. शार्पब्रेन कंपनीची सूत्रे हाती घेण्यासाठी नुकतेच इंग्लंडहून आले होते. साहेबांना कशाची आवड आहे हे शोधून काढताना कंपनीच्या काही श्रेष्ठ व ज्येष्ठ अधिकाऱ्यांना साहेबांना भारतीय संगीतात रस असल्याचे जेव्हा कळले तेव्हा त्यांनी साहेबांना खूष करण्यासाठी जवळच्याच अभयारण्यात एक पिकनिक काढली.

पिकनिकला आलेल्या सातही अधिकाऱ्यांना आणि त्यांच्या पत्नींना उत्तम गाता येत होते. साहेबांची 'फॅमिली' इंग्लंडला असल्याने ते एकटेच पिक-निकला आले होते. ओळख करून देताना प्रत्येक अधिकाऱ्याने वास्तविक आपले स्वतःचे आणि आपल्या पत्नीचे नाव सांगायला हवे होते. पण आपले साहेब नावाप्रमाणेच तल्लख बुद्धीचे आहेत की नाहीत हे त्यांना पाहायचे असल्याने आणि त्यांच्या हुशारीबद्दल ऐकलेली ख्याती कितपत खरी आहे हे जाणून घ्यायचे ठरल्याने प्रत्येक अधिकाऱ्याने बुद्धिपुरस्सर आपल्या पत्नीची ओळख करून देण्याचे टाळले. इतकेच नव्हे तर दुसऱ्या 'जोडप्यांची'ही ओळख कोणी करून दिली नाही. उलट, ओळख करून देताना प्रत्येक अधिकाऱ्याने स्वतःचे आडनाव सांगितले आणि प्रत्येक स्त्रीने आपले पहिले नाव सांगितले.

कदाचित त्या धूर्त साहेबाने आपल्या अधिकाऱ्यांचा कावा जाणला असावा. भारतीय नावे आणि आडनावे नव्यानेच कानी पडत असूनही त्यांनी सर्वच्या सर्व नावांची मनोमन नोंद केली. त्यांच्या अधिकाऱ्यांची आडनावे नाडकर्णी, कोडकणी, कामत, कलबाग, शानभाग, वर्दे आणि हेगडे अशी होती; तर तेथे जमलेल्या स्त्रियांची नावे लक्ष्मी, सुमन, शांता, इंदिरा, सुवर्णा, दुर्गा आणि सरस्वती अशी होती.

कोणत्याही अधिकाऱ्याने आपल्या पत्नीबरोबर गाणे म्हटले नाही; तसेच

कोणत्याही जोडप्याने कोणत्याही खेळात एकत्र भाग घेतला नाही या माहितीच्या आधारे आणि अचूक निरीक्षण आणि युक्तिवादाच्या बळावर मि. शार्पब्रेन यांनी कोणत्या अधिकाऱ्याची कोण पत्नी होती हे बरोबर ओळखून काढले. तर त्यांना हे कसे साध्य झाले ?

अर्थातच मिस्टर शार्पब्रेन यांनी मनातल्या मनात काय नोंदी करून ठेवल्या होत्या हे सांगणे आवश्यक असल्याने त्या येथे देत आहोत.

हेगडे यांनी लक्ष्मीबरोबर तसेच इंदिरेबरोबर गाणे म्हटले. कोडकर्णींनी एकदा शांतासोबत गाणे म्हटले तर दुसऱ्यांदा इंदिरेबरोबर गाणे म्हटले. वर्दे लक्ष्मी आणि सरस्वतीसोबत गायले, तर शानभाग लक्ष्मीबरोबर गाणे म्हणून गेले. नाडकर्ण्यांनीही लक्ष्मीबरोबरच गाणे म्हटले आणि कलबागांनी सरस्वती-बरोबर गाणे गायिले.

पत्त्यांनी खेळताना, प्रथम शानभाग आणि हेगडे सरस्वती व सुमनबरोबर खेळायला बसले. नंतर पुरुषांची जागा नाडकर्णींनी व कोडकर्णींनी घेतली. काही वेळानंतर सरस्वती आणि सुमन उठल्या आणि त्यांची जागा सुवर्णा आणि लक्ष्मी यांनी घेतली. नाडकर्णी व कोडकर्णी मात्र शेवटपर्यंत पत्ते खेळत राहिले.

इथं कोडं वयात नव्हे, वय कोड्यात येतं !

१५. जरदाळूवरून वय ?

आंतरशालेय क्रीडास्पर्धांमध्ये शाळेला घवघवीत यश मिळवून दिल्याबद्दल क्रीड शिक्षिका जसुमती मेहता यांनी क्रीडानिपुण किन्नरी, मयूरी आणि माधुरी ह्या विद्यार्थिनींना जरदाळूंची पिशवी बक्षीस दिली. पिशवीत ६०९ जरदाळू होते. त्या तिन्ही विद्यार्थिनींनी पिशवीतील जरदाळू त्यांच्या वयांच्या समप्रमाणात वाटून घ्यावेत अशी मेहताबाईंनी त्यांना प्रेमळ सूचना केली होती.

ह्या सूचनेनुसार माधुरी जेव्हा ३ जरदाळू उचले तेव्हा किन्नरी केवळ २ जरदाळू घेई आणि माधुरीने जेव्हा ४ जरदाळू घेतलेले असत तेव्हा मयूरी ३ जरदाळू घेत असे.

तिन्ही विद्यार्थिनींच्या सध्याच्या वयांची बेरीज साडेत्रेचाळीस वर्षे आहे; तर प्रत्येक विद्यार्थिनीच्या वाट्याला किती जरदाळू आले व त्यांची सध्याची वये काय ?

१६. आणखी आठ वर्षांनी एकसष्ठी

चारुबालेची आणि पुष्पहासची जन्मतारीख एकच असल्याने त्यांचा वाढदिवस एकाच दिवशी येणे साहजिकच होते. लग्नानंतरच्या पहिल्याच वाढदिवशी (लग्नाचा वाढदिवस नव्हे हं !) चारुबालेने आपल्या पतीला वाढदिवसाच्या शुभेच्छा तर दिल्याच, पण त्याला कोड्यात टाकण्यासाठी ती म्हणाली, 'आज माझं जितकं वय आहे ना, तितकं वय तुमचं असतं ना माझं वय तुमच्या त्या वेळच्या वयाच्या चक्क निम्मं होतं !'

पुष्पहासही काही कच्च्या गुरूचा चेला नव्हता. तो म्हणाला, 'अस्सं होय ! पण बाले, विसर ते दिवस आता. अग आहेस कुठं तू ! आणखी आठ वर्षांनी आपल्या दोघांच्या वयांची मिळून चक्क एकसष्ठी होईल एकसष्ठी, माहीत आहे का ?'

'असं भलतंच काय हो बोलता?' चारुबाला काहीशा लटक्या रागाने म्हणाली, 'त्यावर खट्याळपणे पुष्पहास म्हणाला, 'अग, भलतंच नाही. खरं तेच बोलतो बाले!'

तर आजच्या वाढदिवशी त्या दोघांचं वय काय आहे?

१७. सीताकाकूंचं वय

पुरुषाला पगार आणि स्त्रीला वय सांगायला संकोच वाटतो असे म्हणतात. म्हणूनच की काय सीताकाकूंवर जेव्हा महिला मंडळात त्यांचे वय सांगायची पाळी आली तेव्हा त्यांनी आपले वय सरळ न सांगता, आढेवेढे घेत एखादा उखाणा घ्यावा तसे कोड्यात सांगितले. त्या म्हणाल्या, 'माझ्या वयातील अंकांची अदलाबदल केली की माझ्या पतीचं वय मिळतं आणि आम्हा दोघांच्या वयांच्या बेरजेचा अकरावा भाग घेतला की आम्हा दोघांच्या वयातील अंतर मिळतं. अर्थात माझे पती माझ्यापेक्षा वयानं मोठे आहेत हे मी तुम्हाला सांगायची गरज नसावी.'

महिला मंडळातील स्त्रियांनी त्यांचं वय शोधून काढलं असेल म्हणा; पण तुम्हाला ते कळलं का?

१८. जुआँव आणि आन्तोनचे वय

सारे आयुष्य गोव्यामध्ये खोल समुद्रात मासेमारी करण्यात घालविल्याने जुआँव आणि आन्तोन या बापलेकाची काळीकभिन्न शरीरे घोटीव, पीळदार आणि भरदार बनली होती. रोज काजूची फेणी कच्ची प्यायची सवय असल्याने 'व्हिस्की', 'ब्रॅण्डी' त्यांना लवकर चढत नसे

नूतन वर्षाची रात्र साजरी करायला एके वर्षी हे बापलेक मोठ्या आलिशान हॉटेलात गेले आणि व्हिस्कीचे पेगचे पेग घशाखाली रिचवू लागले. मुंबईहून गोवा पाहायला आलेला प्रवीणभाई हा तरुण बातमीदार जुआँव–आन्तोनचा हा सपाटा त्यांच्या समोरच्याच टेबलावर बसून मोठ्या स्तिमित नजरेने पाहत होता. कारण या तरुण वयातही त्याच्या पोटात व्हिस्कीचे दोन पेग गेले की

सारी दुनिया त्याच्याभोवती गरगरू लागायची आणि समोर रुपेरी डोके झालेले दोघेजण पाणी प्यावे तसे घटाघट व्हिस्की पीत होते.

प्रवीणभाईतील 'बातमीदार' जागा झाला आणि ह्या दर्दी पिणाऱ्यांची माहिती करून घ्यायला तो त्यांच्या टेबलाजवळ गेला.

'एक्स्क्यूज मी' म्हणत त्याने जुआँवला त्याचे वय विचारले. हा कोण उपटसुंभ आलाय या अर्थाने जुआँवने त्याला वरपासून खालपर्यंत आपल्या नशेली नजरेने न्याहाळले आणि बडबड करायला आपल्याला एक आयता बकरा मिळाला आहे हे पाहून जुआँव म्हणाला, 'मेऊ कारु आमिग (माय डियर फ्रेंड), व्हिस्कीने माझ्या डोक्याला आता मस्त झिणझिण्या आल्या आहेत आणि आता काही मला माझे वय आठवत नाही. पण आमिग, एक सांगतो, मी आणि समोर बसलेला हा माझा मुलगा आन्तोन, आम्हा दोघांचे मिळून सध्या वय बरोबर १०० वर्षांचे आहे!'

बापाची आता बडबड सुरू होणार या भीतीने आन्तोन, घरी जाण्यासाठी उठून उभा राहिला आणि बापाला म्हणाला, 'पाय (बाबा), आपण भरपूर घेतली आहे. आता आपण घरी जाऊ या!' पण आन्तोनवरही व्हिस्कीचा अंमल होताच ना! तो तरी पटकन कसा गप्प बसणार? तो पुढे म्हणाला, 'पाय, आपण ह्याला हेही सांगू की तू माझ्या वयाच्या दुप्पट वयाचा असताना तुझे जितके वय होते तितके माझे वय आणखी दहा वर्षांनी होईल.'

'बरोबर! आन्तोन, अगदी बरोबर!' जुआँव बरळला.

प्रवीणभाईला दोघांनी 'बो नुईत' (गुड नाईट) केले व हॉटेल सोडले.

ह्या दर्दी पिणाऱ्यांची माहिती तर राहोच, पण निदान त्यांचे वय तरी प्रवीणभाईला कळले असेल का?

१९. विरुपाक्षची वयासंबंधीची विचित्र माहिती

लहानपणापासून विरुपाक्ष स्मार्त बोलण्यात फार बस्ताद पोरगा होता. त्याला अलीकडेच नव्या शाळेत घातले, तेव्हाची ही गोष्ट. शाळेत गेल्यावर शिक्षकांनी जेव्हा त्याला त्याचे वय विचारले तेव्हा त्याने सरळ उत्तर दिले तर नाहीच, उलट आपल्या वयासंबधी विचित्र माहिती देऊन शिक्षकांना पूर्ण चक्रावून टाकले.

त्याने सांगितलेली माहिती अशी—

'माझं वय ना? माझं वय काय बरं! हं, हं गुरुजी, माझा जन्म अं अं... माझा जन्म कोणत्या साली झाला हे मला आता आठवत नाही, पण मला एवढं ठाऊक आहे, की त्यावेळी माझी एकुलती एक बहीण मीरा माझ्या आईच्या १/४ वयाची होती आणि आता तिचं वय माझ्या वडिलांच्या १/३ इतकं आहे!'

'छान, छान! काय पण उत्तर देतोस!' शिक्षक म्हणाले, 'विरुपाक्ष, हे बघ, मला तुझं वय हवंय. तुझ्या ताईचं नको, समजलं?'

'गुरुजी, ते तर मी सांगणारच होतो.' झटकन उत्तर देत विरुपाक्ष म्हणाला, 'सध्या माझं वय माझ्या आईच्या वयाच्या १/४ इतकं आहे. आणखी ४ वर्षांनी मी वडिलांच्या तेव्हाच्या वयाच्या १/४ इतका होईन.'

बिचारे शिक्षक विरुपाक्ष स्मार्तकडून इतकीच माहिती मिळवू शकले. एवढ्या माहितीवरून केवळ विरुपाक्षचेच नव्हे तर त्याच्या आई-वडिलांचे आणि बहिणीचे वय तुम्हाला सांगता येईल का?

पाहा शोधून संकेत या कोड्यातला

२०. रामभक्ताचे राममय गणित

एका रामभक्ताने अंकांऐवजी अक्षरांचा वापर करून एका बेरजेची आकडेमोड पुढीलप्रमाणे केली :

```
   रा म भ ज
 + ब ज रं ग
 ──────────
 रा म रं ज न
```

तर अक्षरांच्या जागी योग्य ते अंक लिहून हे गणित मांडा बरे! प्रत्येक अक्षर एक ठराविक अंक दर्शविते आणि हे अंक शून्य ते नऊपर्यंतचे आहेत.

२१. सरगम

"'मरसम'मध्ये 'गरम गम' मिळवला की 'सरगम' मिळतो" असे म्हणत प्राध्यापक रंगरावांनी फळ्यावर पुढील अक्षरगणित लिहिले :

```
   म र स म
 +   ग र म
 +     ग म
 ─────────
   स र ग म
```

'मुलांनो, प्रत्येक अक्षराची किंमत वेगवेगळी असून ती ० ते ९ यांपैकी कोणतीही एक असू शकते हे मी आता तुम्हाला सांगायला नकोच. तर सोडवा पाहू हे अक्षर कोडं' असं म्हणून ते मुलांकडून उत्तर मिळण्याची वाट पाहू लागले. मग तुम्हीही प्रयत्न करता का?

२२. कडक वाकवा ? नव्हे, डोकं चालवा !

फळ्यावर

	क	ड	क
—	वा	क	वा
	वा	क	ड

असे सांकेतिक वजाबाकीचे कोडे लिहून झाल्यावर प्राध्यापक रंगराव मुलांकडे वळून म्हणाले, 'कडक वाकवा की वाकड झालंच आणि डोकं चालवा की कोडं सुटलंच.' अंमळ थांबून ते पुढे म्हणाले, 'या गणितातील क, ड आणि वा ही तीन अक्षरं तीन वेगवेगळे अंक दर्शवितात; तेव्हा त्या अक्षरांच्या किंमती लिहून वजाबाकी अंकात मांडा.

आपणही प्रयत्न करायचा का ?

२३. नग गन (अ) न् गगन

'एकदा एका नगाने गन मिळविली न् गगन गाठले' असे म्हणत प्राध्यापक रंगरावांनी फळ्यावर जे अक्षरगणित मांडले ते असे होते :

नग + गन + न = गगन.

नंतर ते मुलांना म्हणाले, 'या गणितातील ग आणि न ही दोन अक्षरं दोन वेगळ्या अंकांसाठी आली आहेत. दुसऱ्या शब्दांत सांगायचं तर एक अंक एका अक्षरानं आणि दुसरा अंक दुसऱ्या अक्षरानं दाखविला आहे. अक्षरांची किंमत ० ते ९ पर्यंतची आहे; तर आता हे अक्षरगणित सोडवा पाहू !'

२४. अचपळ भागिले पळ; बरोबर चपळ हे कसं ?

प्राध्यापक रंगरावांनी आपल्या नेहमीच्या खाक्यास अनुसरून पुढील 'अक्षरगणित' फळ्यावर लिहिले व मुलांना सोडवायला सांगितले. नित्याप्रमाणे याही गणितात प्रत्येक अक्षराची किंमत वेगळी असून ती प्रत्येकी ० ते ९

यांपैकी कोणतीही एक आहे. मग तुम्ही हे कोडे सोडवाल का?

```
प ळ ) अ च प ळ ( च प ळ
     — प ळ
     -----
       ल प
     — ळ क्ष
     -------
       च प ळ
     — च प ळ
     -------
       — — —
```

२५. लवकर लवकर सोडवा!

अलीकडे सांकेतिक भाषेतील कोडी देण्याचा प्राध्यापक रंगरावांनी सपाटाच लावला होता.

आज त्यांनी घातलेले सांकेतिक भाषेतील कोडे पुढीलप्रमाणे होते आणि नित्याप्रमाणे प्रत्येक अक्षर म्हणजे एक एकेरी अंक होता.

```
                 ल  व  क  र
            ×    ळ  व  क  र
         ---------------------
              *  *  *  *  *
         *       *  *  *
         *    *  *  *
   *          *
   ---------------------------
   *  *       *  ल  व  क  र
```

नंतर ते म्हणाले होते, 'हे कोडं लवकर सोडवा!'

सोडवाल ना तुम्ही!

२६. ढग, जलवायू व जीवन

ढ × ग = ज ल

ज ल × वा यू = जी व न.

असे मजेशीर दिसणारे अक्षरांचे सांकेतिक कोडे फळ्यावर लिहून झाल्यावर प्राध्यापक रंगराव मुलांकडे वळून नेहमीच्या लकबीत मुलांना म्हणाले, ' ह्या सांकेतिक कोड्यात नऊ वेगवेगळी अक्षरं आली आहेत हे कोडं पाहाताच तुमच्या पटकन लक्षात येईल. नेहमीप्रमाणं प्रत्येक अक्षराची किंमत वेगवेगळी असून ती १ ते ९ पैकी कोणतीही एक असू शकते. मात्र कोणत्याही अक्षराची किंमत शून्य नाही; तर ह्या सांकेतिक कोड्याचा तुम्ही उलगडा कराल का!'

घ्या ही कोडी वजनावर आणि मापावर !

२७. सिमेंटची पोती

सिद्रमप्पा कंत्राटदाराने नेहमीच्या दुकानदाराकडून आणलेली प्रत्येकी १०० किलो वजनाची १२ सिमेंटची पोती आपल्या गुदामाजवळ उतरवून घेतली असतील नसतील तोच त्याला दुकानदाराचा फोन आला की त्या बारा पोत्यांत कमी सिमेंट असलेले एक पोते चुकून आले आहे. त्या पोत्यात १०० किलोच्या ऐवजी ९८ किलो सिमेंट होते; तेव्हा या चुकीबद्दल दिलगिरी व्यक्त करून त्या पोत्याच्या बदली सिद्रमप्पाने १०० किलो वजनाचे दुसरे पोते घेऊन जावे अशी दुकानदाराने त्याला विनंती केली आणि त्याने ती मान्यही केली.

पण आता सिद्रमप्पाला असा प्रश्न पडला की कमी सिमेंट असलेले पोते ओळखायचे कसे? कारण सर्व पोती लांबी–रुंदीत आणि दिसायला सारखीच होती. हाताने उचलून कमी वजनाचे पोते नेमके ओळखून काढणे पूर्णपणे भरंवशाचे नव्हते. बरे, प्रत्येक पोत्याचे वजन करून पाहायचे म्हटले तर सिद्रमप्पाकडे वजनेही नव्हती. शेवटी पोतीच एकमेकांविरुद्ध तोलून कमी वजनाचे पोते शोधून काढावे असे त्याने ठरवले आणि केवळ तीनदा अशा प्रकारे वजन करून त्याने कमी वजनाच्या सिमेंटचे पोते अचूकपणे शोधूनही काढले. तर त्याने हे कसे केले?

२८. सुवर्ण मोहरा

ताराबाईंच्या नाणे–संग्रहात हुबेहूब सारख्याच दिसणाऱ्या सहा सुंदर सुवर्ण मोहरा होत्या. तथापि प्रत्यक्षात त्यांपैकी तीन मोहरा वजनात जड होत्या; तर तीन हलक्या होत्या. एका हातात जड आणि दुसऱ्या हातात हलकी मोहर घेतली असता सुद्धा कोणती मोहर जड आणि कोणती हलकी हे सांगणे शक्य नव्हते. मात्र तिन्हीच्या तिन्ही जड नाणी वजनाने जशी सारखीच होती, तशीच तिन्हीच्या तिन्ही हलकी नाणी वजनाने सारखीच होती.

एकदा एक चिकित्सक माणसाला हलक्या आणि जड मोहरा वेगळ्या करून पाहण्याचा मोह आवरेना. तेव्हा प्रत्यक्ष वजन करण्यासाठी त्याने ताराबाईकडून नाण्यांचे वजन करण्याचा छोटासाच पण अचूक तराजू मागून घेतला. मात्र वजन करण्यासाठी लागणारी वजने काही ताराबाईंना पटकन मिळेनात. तेव्हा तो चिकित्सक म्हणाला, 'काही हरकत नाही ताराबाई! वजनं शोधण्यात उगाच वेळ घालवू नका. ह्या मोहरा तीनदा एकमेकांविरुद्ध तोलून मी जड आणि हलक्या मोहरा सहज वेगळ्या करीन.'

तर वजनांचा उपयोग न करता, त्या चिकित्सक माणसाने केवळ तीनदा तोलून हलक्या आणि जड मोहरा कशा वेगळ्या केल्या असतील?

२९. वेंधळा गंगाराम

गंगाराम दुकानात नेहमीच चोख माल ठेवत असल्यामुळे आणि धंद्यातील त्याच्या सचोटीमुळे कांदे–बटाटे घ्यायला त्याच्या दुकानात गिऱ्हाईकांची नेहमीच रीघ लागलेली असायची. पण गंगाराम म्हणजे मुलखाचा वेंधळा माणूस! तो आपली वजने एके जागी कधीच नीट ठेवत नसे. कधी ती बटाट्याच्या पोत्याखाली असत, कधी कांद्याच्या पोत्याखाली; तर कधी त्याच्या बसायच्या गादीखाली. त्यामुळे सकाळी दुकान उघडले की ठिकठिकाणी पडलेल्या वजनांची जमवाजमव करून ती एकत्र ठेवणे हे गंगारामचे पहिले काम असे.

एके दिवशी त्याच्या वेंधळेपणाची कमाल झाली. वजनांसाठी गंगारामने स्वतः दुकान डोक्यावर घेऊनही त्याच्या हाती १ औंस, ४ औंस, ८ औंस आणि १ पौंड या चार वजनांशिवाय दुसरे एकही वजन आले नाही. खरे तर इतर सारी वजने लोडाच्या मागे भिंतीत दडून पडली होती. पण गंगारामला ते कळणार कसे!

आता गिऱ्हाईक आले तर त्यांना माल कसा द्यायचा या विवंचनेत तो पडला. शेवटी त्याने जवळच्याच दुकानातून काही नवीन वजने विकत आणायचे ठरवले. तीही जरुरीपुरती केवळ छोटी वजने. कारण मोठ्या वजनांची किंमतही जास्त असते ना!

गंगारामकडे येणारे बहुसंख्य गिऱ्हाईक १ औंसापासून १ पौंडापर्यंत (एक औंस व एक पौंड या दोन्ही वजनांचा येथे समावेश आहे.) पूर्ण औंसात माल घेणारे असल्याने वजन करताना अडचण येऊ नये म्हणून गंगारामने छोटयात छोटया वजनांची कमीत-कमी किती नवीन वजने घेतल्यावर त्याला एकाच वेळी जास्तीत जास्त किती माल तोलता आला असणार ?

(टीप : ही गोष्ट ब्रिटिश जमान्यातील आहे. त्याकाळी कांदे-बटाटे आजच्याप्रमाणे किलोत तोलले जात नव्हते; तर पौंडात म्हणजेच रत्तलात. १६ औंसांचा १ पौंड होतो.)

३०. चित्तरंजनचे आव्हान

' एकाच आकाराच्या, रंगाच्या नव्हे सर्व बाबतींत सारखे दिसणाऱ्या ह्या आठ पोलादी गोळ्यांपैकी एक गोळा हलका आहे. ' मुंबईहून सुट्टीत मावशी-कडे राहायला आलेला चित्तरंजन अंगणात जमलेल्या आपल्या मित्रांना त्याच्या-कडील आठ पोलादी गोळे दाखवत सांगत होता, ' पण गोळे केवळ हातात घेऊन हलका गोळा कोणता हे कोणालाच सांगता येणार नाही. कारण हलक्या गोळ्याच्या आणि इतर कोणत्याही गोळ्याच्या वजनात हाताला जाणवेल इतका फरक नाही. म्हणून मी हा तराजू इथं आणला आहे. आता तुमच्यापैकी कोणीही केवळ हा तराजू वापरून आणि कोणतेही अन्य वजन न घेता केवळ गोळ्यांचाच वापर करून आणि फक्त दोनदा वजन करून हलका गोळा कोणता हे शोधून काढायचं आहे ! ' शेवटचे वाक्य मोठे आव्हान देण्याच्या पवित्र्यात चित्तरंजनने उच्चारले.

पण कदाचित आपले मित्र हे आव्हान लगेच संपुष्टात आणतील अशी जेव्हा त्याला भीती वाटली तेव्हा त्यांना बुचकळ्यात टाकण्यासाठी चित्तरंजन म्हणाला, ' आणि हे बघा, आठाऐवजी नऊ गोळे असल्यासही तुम्हाला हलका गोळा केवळ दोन वजनांत शोधून काढता आला पाहिजे. बोला, कोण येतं पुढे ? '

मग काय, चित्तरंजनचे आव्हान स्वीकारायचे ?

३१. सुरईची क्षमता

शंभर वर्षांपूर्वीच्या जुन्या दारूने भरलेली १० लिटरची एक बाटली जॉन अंकलकडे होती. एका महत्त्वाच्या खाजगी मेजवानीच्या वेळी त्यांनी ह्या बाटलीतून एक सुरईभर दारू काढून घेतली आणि त्या बाटलीत पुन्हा त्याच सुरईतून सुरईभर पाणी ओतून दारू-पाण्याचे मिश्रण १० लिटर करून ठेवले. काही दिवसांनी मिश्रण एकजीव झाल्यावर जॉन अंकलनी पुन्हा एकदा त्या बाटलीतून सुरईभर दारू-पाण्याचे मिश्रण काढून घेतले आणि तीत पूर्वीप्रमाणे सुरईभर पाणी ओतले. तेव्हा जॉन अंकलच्या असे लक्षात आले की बाटलीत आता फक्त ३.६ लिटर दारू उरली आहे. तर जॉन अंकलच्या सुरईची क्षमता काय ?

३२. मृत्युपत्राप्रमाणे वाटणी

विश्वनाथ तेल्याने आपल्या मृत्युपत्रात आपल्या प्रभाकर, प्रदीप आणि प्रमोद या तीन मुलांसाठी तेलाची २४ मोठाली पिंपे ठेवली होती. त्यांपैकी ५ पिंपे पूर्णपणे तेलाने भरली होती. ११ पिंपे निम्मी भरलेली होती आणि ८ पिंपे पूर्णतया रिकामी होती. विश्वनाथने आपल्या मृत्युपत्रात असे लिहून ठेवले होते की त्याच्या पिंपाची आणि तेलाची समान वाटणी करून प्रत्येक मुलाच्या वाट्याला सारखेच तेल आणि सारखीच पिंपे देण्यात यावीत.

वास्तविक अशी वाटणी करणे अगदी सोपे असते. परंतु विश्वनाथ तेल्याने खोबरेल, गोडे तेल, तिळाचे तेल आणि करडीचे तेल अशा वेगवेगळ्या तेलांनी भरलेली पिंपे मागे ठेवली होती. त्यामुळे एका पिंपातील तेल दुसऱ्या पिंपात ओतून तेलाची समान वाटणी करणे शक्य नव्हते, तर विश्वनाथ तेल्याच्या वकिलाने आपल्या अशिलाची इच्छा पूर्ण व्हावी म्हणून हा प्रश्न कसा सोडविला असेल ?

(टीप : प्रयत्न आणि प्रमाद पद्धतीने हे कोडे सोडवता येते. पण योग्य समीकरणांचा उपयोग केल्यास हे कोडे सहज सुटते. ह्या कोड्याची तीन उत्तरे संभवतात.)

अंकांची कवायत

३३. अकरा तऱ्हांनी २० मिळवायचे

ज्ञानदा शुभदेला म्हणाली, 'बरं का शुभदा, चार विषम अंकांच्या तीन वेगवेगळ्या प्रकारे बेरजा करून आपणांस १० मिळविता येतात. पण हे सांगत बसू कशाला ? तूच पाहा ना ! आणि ज्ञानदेने पुढीलप्रमाणे बेरजा मांडल्याही.

१ + १ + ३ + ५ = १०
१ + १ + १ + ७ = १०
१ + ३ + ३ + ३ = १०

'बेरजा करताना अंकांचे क्रमांक बदलले म्हणून ती काही नवीन बेरीज ठरत नाही. कळलं का शुभदा ?' ज्ञानदा पुढे सांगत होती, 'आता तू आठ विषम संख्या घेऊन २० मिळव बरं ! आणि नीट ऐक शुभदा, ह्या आठ संख्यांची वेगवेगळ्या ११ तऱ्हांनी बेरीज करून २० मिळविता येतात.'

'काय ? ११ तऱ्हांनी ?' शुभदा आश्चर्याने म्हणाली.

'हो, हो ! अकरा तऱ्हांनी.' ज्ञानदेने उत्तर दिले.

'तर बाई मला पाहायला हवं,' असे म्हणत शुभदा अकरा तऱ्हांनी २० मिळवायला बसली. आपणही बसू या का ?

३४. पुढच्या तीन संख्या

'श्रेणी म्हणजे काय, तिचे प्रकार वगैरेबाबत मी तुम्हाला अगोदरच सांगितलं आहे. त्यामुळं माझी खात्री आहे की २, ६, १८, ५४ या श्रेणीतील पुढची संख्या काय ? असा प्रश्न जर मी केला तर तुम्ही लागलीच त्याचं उत्तर द्याल–' प्राध्यापक रंगराव मुलांना सांगत होते.

पण प्राध्यापक रंगराव पुढे बोलण्याअगोदरच सारी मुले उत्तरादाखल

एकसुरात ओरडली, ' सर, पुढची संख्या १६२.'

' बरोबर, अगदी बरोबर!' पसंतीदर्शक मान हलवीत प्राध्यापक रंगराव म्हणाले, ' आज बदल म्हणून मी एक वेगळीच श्रेणी तुम्हाला देणार आहे आणि त्या श्रेणीतील पुढच्या तीन संख्या तुम्हाला सांगायच्या आहेत.'

बोलणे संपवून प्राध्यापक रंगरावांनी आपल्या सुवाच्य अक्षरांत खालील श्रेणी फळ्यावर मांडली :

१	०	१
३	४	५
५	१२	१३
७	२४	२५

तर मग काय समस्यापूर्ती करणार!

३५. मजेशीर पाच अंकी संख्या

प्राध्यापक रंगराव मुलांना सांगत होते, ' बरं का मुलांनो, एक पाच अंकी अशी मजेशीर संख्या आहे की तिच्या शेवटी २ हा अंक लिहिल्यास मिळणारी संख्या ही तोच २ हा अंक तिच्या सुरुवातीला लिहिला असता मिळणाऱ्या सहा अंकी संख्येच्या तिप्पट असते. तर ती मजेशीर संख्या कोणती हे तुम्ही सांगू शकाल का?'

३६. समस्यांची लयलूट

नवनालंदा महाविद्यालयात एक गणित मंडळ होते. या मंडळाचे सभासद होण्यासाठी विद्यार्थ्यांना गणित मंडळाने दिलेली समस्या सोडवावी लागे. समस्या गणितावर आधारलेली असे. जर दिलेली समस्या विद्यार्थी यशस्वीपणे सोडवू शकले तरच त्यांना मंडळाचे सभासद करून घेण्यात येई.

सभासद होण्यासाठी अर्ज केला असता, मंडळाने पुढील समस्या कुन्दन गंघेला सोडविण्यास दिली—

१	१	१
३	३	३
५	५	५
७	७	७
९	९	९

ह्यांपैकी बारा अंकांच्या जागी शून्य मांडून त्याने बेरीज २० मिळवावी असे त्याला सांगण्यात आले होते.

गणितात गती असलेल्या गंधेने ही समस्या पुढीलप्रमाणे त्वरित सोडविली.

०	१	१
०	०	०
०	०	०
०	०	०
०	०	९
	२	०

०	१	०
०	०	३
०	०	०
०	०	७
०	०	०
	२	०

नंतर गंधे हसत हसत मंडळाच्या अध्यक्षांना म्हणाला, 'जर तुम्ही दहा अंकांच्या ठिकाणी शून्यं लिहिलीत तर तुम्हाला १,१११ अशी बेरीज मिळेल, पाहा वाटल्यास !'

मंडळाच्या अध्यक्षांना थोडेसे आश्चर्य वाटले. पण त्यांनी केवळ गंधेने दिलेली समस्या सोडविली नाही तर तीत सुधारणा केली.

ते म्हणाले, 'दहा कशाला ? केवळ नऊ अंकांच्या ठिकाणी शून्य मांडूनही तुम्हाला १,१११ मिळविता येतील.

त्यांची चर्चा अशीच चालू राहिली व त्यांना दिसून आले की ८, ७, ६ आणि ५ अंकांच्या स्थानी शून्य मांडूनदेखील १,१११ मिळू शकतात.

आता या सहा प्रकारे १,१११ कसे मिळवायचे हे तुम्हीच जरा सांगाल का ?

वेगाची वेगळी कोडी

३७. समोरासमोरून धावणाऱ्या आगगाड्या

विरुद्ध दिशेने धावणाऱ्या दोन आगगाड्या एकमेकांना ओलांडत होत्या. एक मुंबईहून पुण्याला चालली होती अन दुसरी पुण्याहून मुंबईला. मुंबईहून निघालेल्या गाडीला केवळ सहा डबे होते आणि पुण्याहून निघालेल्या गाडीची लांबी मुंबईहून निघालेल्या गाडीच्या दुप्पट होती. तथापि मुंबईहून निघालेली गाडी पुण्याहून निघालेल्या गाडीच्या दुप्पट वेगाने पळत होती. या गाड्यांना एकमेकांना ओलांडायला केवळ ४५ सेकंद लागले तर (अ) गाड्यांच्या वेगांची अदलाबदल होऊन छोट्या गाडीचा वेग निम्मा झाला असता आणि पुण्याहून निघालेल्या लांब गाडीचा वेग दुप्पट झाला असता; तर या दोन गाड्यांना एकमेकींना ओलांडण्यास किती वेळ लागला असता ? (ब) जर गाड्यांचा पूर्वीचाच वेग कायम राहिला असता, परंतु पुण्याहून निघालेल्या गाडीची लांबी निम्मी झाली असती; तर त्यांना एकमेकींना ओलांडण्यास किती वेळ लागला असता ?

३८. जास्त वेगाने कुणी 'बुलेट' हाणली ?

फारुख बाटलीवाला आणि पेस्तनजी ताडीवाला हे दोन पारशी तरुण मोटारसायकलस्वार एकाच वेळी आपापल्या 'बुलेट' वर बसून कुलाबा येथील खुशरू बागेच्या प्रवेशद्वाराकडून निघाले. दोघांनी सारखेच अंतर पार केले आणि दोघेही पुन्हा खुशरू बागेच्या प्रवेशद्वारावर एकाच वेळी पोहोचले, परंतु रेस्तॉरॉं-मध्ये चील्ड बीयरचे घुटके पीत पेस्तनजी ताडीवाला विश्रांती घेत असताना फारूख बाटलीवाल्याने दुप्पट अंतर कापले; तर फारुख बाटलीवाला मस्का स्लाईस, खारी खाऊन डबल चहा घेईपर्यंत पेस्तनजी ताडीवाल्याने तिप्पट अंतर तोडले; तर जास्त वेगाने कोणी 'बुलेट' हाणली ?

३९. नौदलाची टेहळणी

टेहळणी करणाऱ्या बोटीला नौदलाच्या ताफ्याच्यापुढे निघून ८० मैल दूरवरपर्यंतच्या समुद्राची टेहळणी करायची व पुन्हा ताफ्याकडे परतायचे असा आदेश देण्यात आला. ताफा जात असलेल्या दिशेनेच टेहळणी बोटीला टेहळणी करायची आहे. टेहळणी बोटीचा वेग ताशी ४० मैल असल्यास आणि ताफ्याचा वेग ताशी २० मैल असल्यास टेहळणी बोटीला टेहळणी करून पुन्हा ताफ्यात येऊन मिळण्यास किती वेळ लागणार ?

४०. घोड्यावर स्वार कोण झाला होता ?

एकदा दत्ताराम हा वयस्क गृहस्थ आणि दिगंबर हा तरुण गृहस्थ एकाच वेळी पैंगिणीहून मडगावला जायला निघाले. एकजण तरण्याबांड घोड्यावर स्वार झाला; तर दुसरा निघाला आपल्या जुन्या मोटारीतून.

काही वेळानं असं दिसून आलं की वयस्क दत्तारामनं तोपर्यंत जितकं अंतर पार केलं होतं त्याच्या तिप्पट अंतर जर त्यानं पार केलं असतं तर त्याला त्या क्षणी मडगावला जायला जितकं अंतर पार करणं आवश्यक होतं त्याच्या केवळ निम्मं अंतर पार करावं लागलं असतं. याउलट, दिगंबर या तरुणानं तितक्याच वेळात जितकं अंतर पार केलं होतं त्याच्या निम्मं अंतर जरी त्यानं पार केलं असतं तर त्याला त्या क्षणी मडगावपर्यंत पोहोचायला जितकं अंतर पार करावं लागलं असतं त्याच्या तिप्पट अंतर पार करावं लागलं असतं !

तर घोड्यावर स्वार कोण झाला होता—दत्ताराम की दिगंबर ?

हिशेबाची कसोटी

४१. कळंगूट किनाऱ्यावरील शिंपले

जितू, योगेश, शिल्पा, पल्लवी आणि आश्विनी कळंगूटच्या वाळूत एका ठराविक प्रकारचे सुंदर शिंपले जमविण्यासाठी गेली होती. पण मुलेच ती! कळंगूटच्या अतिरम्य व विस्तीर्ण किनाऱ्यावर आल्यावर ती भान विसरून गेली, आणि सभोवताली पसरलेले विस्तारित क्षितिज व नितळ पाण्याच्या निळया निळया लाटा पाहाण्यातच त्यांचा सारा वेळ निघून गेला. फक्त जितूने काय ते लक्षपूर्वक शोध घेत ५५ सुंदर शिंपले जमविले. इतरांचे हात मात्र रिकामे होते.

समंजस आणि वयाने मोठा असल्याने जितूने आपल्याकडील काही शिंपले इतरांना वाटून दिले व स्वतःसाठीही काही ठेवून दिले.

घरी परतताना योगेशला वाळूत दोन शिंपले सापडले; तर शिल्पाचे हातून दोन शिंपले पडून रस्त्यात हरवले. पल्लवीने आणखी शिंपले गोळा करून तिच्याकडील शिंपले दुप्पट केले; तर आश्विनी रस्त्यात पडल्याने तिच्याकडील निम्मे शिंपले फुटले. तरीही घरी आल्यावर प्रत्येकाकडे सारखेच शिंपले होते, तर जितूने प्रत्येकाला किती शिंपले दिले आणि स्वतःजवळ किती शिंपले ठेवले?

४२. फाशावर आकडे कोरणे

'सुपर प्लास्टिक टॉईज' कंपनीत इंटरव्ह्यूच्या वेळी कंपनीच्या संचालकांनी निखिल रॉय ह्या चुणचुणीत प्लास्टिक अभियंत्याला विचारले होते की, 'ल्युडो' या मुलांच्या खेळासाठी लागणाऱ्या फाशावर आम्ही १ या अंकाच्या विरुद्ध बाजूस ६ आणि २ या अंकाच्या विरुद्ध बाजूस ५; तसेच ३ च्या विरुद्ध बाजूस ४ हा अंक कोरायचे ठरवले आहे; तर किती वेगवेगळया तऱ्हेने फाशावर आकडे कोरता येतील?

या प्रश्नाचे उत्तर द्यायला निखिलला कागद-पेन्सिलीचाही उपयोग करावा लागला नाही. त्याने पटकन उत्तर दिले. तुम्ही सांगू शकाल ते काय उत्तर होते ?

४३. हुशार विनायक

टिटवाळयाच्या गणपतीचे दर्शन घेऊन परत येताना सदाशिवरावांनी आपल्या मुलांसाठी २४ माव्याचे मोदक घेतले.

त्यांना गजानन, मोरेश्वर आणि विनायक असे तीन मुलगे होते. मोठा मुलगा गजानन ह्याला त्यांनी सर्वांत जास्त मोदक दिले. मधल्या मोरेश्वराला गजाननाहून कमी मोदक दिले आणि धाकट्या विनायकाला सर्वांत कमी मोदक दिले. पण विनायक फार चुणचुणीत पोरगा होता. शिवाय लहान असल्याने तो दोघा मोठ्या भावांचा लाडकाही होता. जास्त मोदक मिळविण्यासाठी त्याने लगेच एक युक्ती योजली. तो गजाननाला म्हणाला, 'दादा, आपण असं करू, माझ्याकडे जितके मोदक आहेत त्याच्या निम्मे मोदक मी तुला आणि भाऊला सारखे वाटून देईन. नंतर भाऊकडे जितके मोदक होतील त्याचे निम्मे त्याने तुला आणि मला वाटून द्यावेत आणि शेवटी तुझ्याकडे जितके मोदक होतील त्याच्या निम्मे मोदक दादा, तू भाऊला आणि मला वाटून द्यायचे ! आहेस कबूल ?'

'हो, कबूल !' गजानन व मोरेश्वर या दोघा भावांनी उत्तर दिले.

विनायकाच्या म्हणण्याप्रमाणे मोदकांची पुन्हा वाटणी झाल्यावर त्या तिघा भावांना असे दिसून आले की, सर्वांकडे सारखेच मोदक राहिले होते; तर सुरुवातीला प्रत्येकाला किती मोदक मिळाले होते ?

४४. कुलकर्ण्याने काय हिशेब केला ?

रात्रीची वेळ, डोंगरमाथ्यावरील कुरण, घोंघावणाऱ्या वाऱ्याच्या भरीला कडाक्याची थंडी पडलेली. त्यामुळे तेथे पहाऱ्यास असलेल्या शिरप्याला व माणक्याला आपण थंडीने गारठून थिजून जाऊ की काय असे वाटू लागले.

अंगात ऊब येण्यासाठी हुकमी उपाय म्हणून त्यांनी शेवटी शेकोटी पेटवायची ठरवले. त्याप्रमाणे शिरप्याने तीन ढलपे आणले आणि माणक्याने दोन ढलपे आणले. गंमत म्हणजे, पाचही ढलपे आकाराने आणि वजनाने सारखेच होते. ते शेकोटी पेटवणार इतक्यात पलीकडे राहणारा छब्याही शेकोटीची ऊब घेण्यासाठी त्यांच्यात सामील झाला.

पाचही ढलपे पूर्णपणे बेचिराख होऊन सकाळ होईपर्यंत आपले अंग तिघांनी नीट शेकून घेतले आणि कडाक्याच्या थंडीपासून आपले कसेबसे रक्षण केले. शेकोटीत आपण एकही ढलपा घातला नव्हता याची खंत असल्याने छब्याने सकाळी शेकोटीपासून उठताना शिरप्याच्या हाती पाचाची एक नोट ठेवली व दोघांना त्यांच्या ढलप्याचे पैसे घ्यायला सांगितले.

शिरप्याने स्वतःजवळ पाच रुपयांची नोट ठेवली आणि माणक्याला स्वतःकडील दोन रुपये दिले. पण माणक्याला हा हिशेब मान्य नव्हता. शेकोटी दोघांनी केली तेव्हा दोघांना समान भाग म्हणजे प्रत्येकी अडीच रुपये मिळावे असे त्याचे म्हणणे होते. माणक्याचा हा हिशेब शिरप्याला पटला नाही. त्याचे म्हणणे माझ्या तीन ढलप्यांचे तीन रुपये मला मिळणार व तुझ्या दोन ढलप्यांचे दोन रुपये तू घे. पण माणक्याने काही आपला हेका सोडला नाही. शेवटी ते गावच्या कुलकर्ण्याकडे हिशेबासाठी गेले.

तर कुलकर्ण्याने काय हिशेब केला असेल ?

४५. शेखर सरंजामेकडील रक्कम

घरून निघताना शेखर सरंजामेने स्वतःबरोबर जवळ जवळ १०० रुपये घेतले. मुलांना पुस्तके, वह्या, पेन्सिली वगैरे घेण्यात त्याच्याकडील नेमके निम्मे पैसे खर्च झाले. तेव्हा किती पैसे उरले म्हणून त्याने सहज पैशांचे पाकीट उघडून पाहिले असता त्याला असे दिसून आले की सुरुवातीला त्याच्याकडे जितके सुट्टे पैसे होते त्याच्या नेमके निम्मे रुपये पूर्ण रुपयांच्या नोटांत आहेत आणि त्याच्याकडे सुरुवातीला जितक्या रुपयांच्या नोटा होत्या, तितकेच सुट्टे पैसे आता त्याच्याकडे उरले आहेत. तर शेखर सरंजामेने घरून निघताना किती रक्कम बरोबर घेतली होती ?

४६. अंधश्रद्धाळू करुणाकर

इंटरच्या परीक्षेचे आसन–क्रमांक लागायचे होते. अंधश्रद्धाळू करुणाकर देवाची करुणा भाकत होता, की हे देवा, विद्यापीठाच्या इंटरच्या परीक्षेत माझ्या आसन क्रमांकात ३ हा अंक मुळीच येऊ देऊ नकोस! बाजूलाच उभा असलेला त्याचा मित्र अविनाश करुणाकराची ही प्रार्थना ऐकत होता. त्याची प्रार्थना संपल्यावर अविनाश म्हणाला,

'करुणाकर, तुझ्या आसन-क्रमांकात ३ अंक आल्यानं तुझं काय बिघडणार रे?' त्यावर करुणाकर वैतागूनच उद्गारला. 'बिघडणार? अविनाश, माझ्या आसन-क्रमांकात ३ हा अंक आला की सत्यानाश झालाच म्हणून समज. अरे, माझ्या बाबतीत ३ हा अंक इतका अशुभ ठरला आहे, की जेथे जेथे तो येतो तेथे तेथे त्याने माझे तीन-तेरा वाजवले आहेत!'

त्यावर समजावणीच्या स्वरात अवि करुणाकराला म्हणाला, 'कर्ण्या, त्याची तू एवढी काळजी करू नकोस. कारण आसन क्रमांकात ० ते ९ या दहांपैकी फारतर कोणतेही पाच अंक येऊ शकतात अन् त्यात तुला अशुभ ठरणारा ३ हा एकच अंक आहे. तेव्हा तुझ्या वाट्याला अशुभ अंक येण्याची शक्यता केवळ १० टक्के आहे!'

इंटरचे आसन-क्रमांक पाचअंकी असतात हे तुम्ही जाणतच असाल; तर अवीचे हे म्हणणे तुम्हाला पटते का?

संकीर्ण

४७. पिंपळवड नवनगरपालिकेची निवडणूक

पिंपळवड नवनगरपालिकेच्या एका चुरशीच्या निवडणुकीत श्री. विठ्ठल पाटोळे आपले नजिकचे प्रतिस्पर्धी उमेदवार श्री. कोंडिबा ढोकले यांचा अवघ्या ११ मतांनी पराभव करून विजयी झाले. त्यांचे इतर प्रतिस्पर्धी होते, श्री. फुलचंद छाजेड व श्री. बळीराम बांगर. श्री. पाटोळेंना या दोघांहून अनुक्रमे १७४ आणि ७०८ मते अधिक पडली. निवडणुकीत एकूण ६३१२ मतदारांनी मतदान केले होते. त्यांपैकी ३३ मते अवैध ठरली होती, तर प्रत्येक उमेदवारास किती मते पडली होती, हे तुम्ही सांगू शकाल का ?

४८. गुंडाळीतील कागदाची लांबी

टेलिप्रिंटरमध्ये टंकलेखनासाठी वापरण्यात येणारा कागद एका गुंडाळीच्या स्वरूपात यंत्रात बसविलेला असतो हे आपणही पाहिलेले असेल. ह्या गुंडाळीच्या मध्यभागी पुठ्ठ्याची फिरकी (Spool) असते आणि तीवर कागद घट्ट लपेटलेला असतो.

अशाच एका कागदाच्या गुंडाळीचा व्यास १४ इंच आहे आणि फिरकीचा व्यास [illegible] इंच आहे. जर कागदाची जाडी $\frac{१}{३२}$ इंच असेल आणि गुंडाळीवरील कागद इतका घट्ट लपेटलेला असेल की लपेटलेल्या कागदाच्या दोन थरांमधील पोकळी मोजताही येऊ नये इतकी क्षुल्लक राहावी; तर गुंडाळीतील कागदाची एकूण लांबी किती आहे हे तुम्ही सांगू शकाल का ?

४९. पेढ्यांचे पुडे

दत्तमंदिराच्या समोर 'नाफडे मिष्टान्न' नावाचे मिठाईचे एक दुकान आहे. श्री. नाफडे एक सचोटीचे मिठाईवाले म्हणून प्रसिद्ध आहेत. त्यांची काही

ठरलेली गिऱ्हाईके दर गुरुवारी त्यांच्या दुकानातून पाव किलो, अर्धा किलो आणि चार किलो असे ठराविक वजनाचे पेढे घेऊन जातात. गिऱ्हाईकांचा खोळंबा होऊ नये म्हणून ताज्या पेढ्यांचे पुडे सकाळीच बांधून घेण्याची काळजी स्वतः मालक नाफडे घेत असतात.

एके गुरुवारी दुकानात नव्याने नोकरीला आलेल्या हरीला पुडे बांधून झाल्यावर असे आढळून आले की पाव किलो, अर्धा किलो आणि चार किलो असे मिळून त्याने वीस पुडे बांधले होते आणि त्या वीस पुड्यांतील पेढ्यांचे वजनही वीस किलो होते. तर त्याने पाव किलोचे, अर्ध्या किलोचे आणि चार किलोचे किती पुडे बांधले ?

५०. चंद्रकीर्तीच्या प्रेयसी

चंद्रकीर्ती हा तरुण महालक्ष्मी स्टेशनजवळ राहतो. त्याच्या दोन प्रेयसी आहेत. एक राहाते चर्नी रोडला आणि दुसरी दादरला. चर्नी रोडला राहणाऱ्या प्रेयसीला भेटण्यासाठी त्याला चर्चगेटला जाणारी गाडी पकडावी लागते आणि दादरला जाण्यासाठी विरुद्ध दिशेची गाडी पकडावी लागते. पण गंमत अशी की, महालक्ष्मी स्टेशनचा प्लॅटफॉर्म मधोमध असल्याने त्याच्या दोन्ही बाजूंनी विरुद्ध दिशांनी जाणाऱ्या गाड्या धावत असतात. त्यामुळे वेगवेगळ्या प्लॅटफॉर्म-वर न जाता, या एकाच प्लॅटफॉर्मवर उभे राहिले की चंद्रकीर्तीला हवे त्या दिशेने जाता येते. चंद्रकीर्तीला दोन्ही प्रेयसी सारख्याच आवडत असतात. म्हणून प्लॅटफॉर्मवर ज्या बाजूने ट्रेन प्रथम येईल ती तो पकडतो. अशा प्रकारे कोणत्या प्रेयसीला भेटायचे हे तो दैवावर सोपवतो आणि चर्नी रोडला अथवा दादरला जातो. शनिवारी अर्धा दिवस ऑफिस असल्याने ऑफिस सुटल्यावर दुपारी तो आरामात केव्हाही स्टेशनवर येतो. चर्चगेटकडे आणि दादरकडे जाणाऱ्या गाड्या ठराविक अंतराने म्हणजे प्रत्येक ६ मिनिटांनी येत असतात. तरीही काही गूढ कारणामुळे तो त्याचा जास्त वेळ दादरच्या प्रेयसीबरोबर घालवत असतो. स्पष्टच बोलायचे तर ६ पैकी ५ वेळा तो तिच्याकडे जातो.

कोणत्या प्रेयसीला भेटायचे हे दैवावर सोपवूनही चंद्रकीर्ती दादरच्या प्रेयसी-कडे इतका वारंवार का जातो याचे योग्य कारण तुम्ही द्याल का ?

उत्तरे

खेळ खेळू या सारे आपण

१. झंझावार्ता खेळ

खेळाडूंच्या सरासरी धावांशी अवांतर धावांचा संबंध नसल्याने त्या इथे लक्षात घेण्याचे कारण नाही.

आता संघाची एकूण धावसंख्या पाहू :
(अवांतर धावा वगळून)

धावबाद झालेला १ खेळाडू	४१ धावा
झेलबाद झालेले ४ खेळाडू	७८ धावा
त्रिफळाचीत झालेले २ खेळाडू...........	४९ धावा
पायचीत झालेले २ खेळाडू	१५ धावा
यष्टिचीत झालेला १ खेळाडू................	२० धावा
∴ १० खेळाडूंच्या........................	२०३ धावा
+ ११ वा खेळाडू	∴ + ११ व्या खेळाडूच्या धावा
(जो नाबाद असेल)	

आपण खेळाडूंची सरासरी धावसंख्या 'क्ष' मानू. ∴ कर्णधाराची धावसंख्या (क्ष + ५७) असेल. बाद झालेल्या कोणत्याही खेळाडूने अर्धशतक पुरे केले नव्हते. म्हणून नाबाद राहिलेला अकरावा खेळाडू म्हणजे कर्णधार असणार.

आणि एकूण ११ खेळाडूंची धावसंख्या २०३ + (क्ष + ५७) असणार; परंतु खेळाडूंची सरासरी धावसंख्या 'क्ष' असल्याने ११ खेळाडूंची एकूण धावसंख्या ११ क्ष होईल.

$$११ क्ष = २०३ + (क्ष + ५७)$$
$$\therefore १० क्ष = २६०$$
$$\therefore क्ष = २६$$

म्हणून कर्णधाराने नाबाद (२६ + ५७) = ८३ धावा झळकावल्या.

संघाच्या एकूण धावा = २६ × ११ + ११ (अवांतर धावा)

= २८६ + ११

= २९७.

२. सागरगोट्यांचा वेगळा खेळ

सिंधू जर प्रथम खेळणार असेल तर तीच नेहमी विजेती होऊ शकते. त्यासाठी तिने सुरुवातीला २ सागरगोटे उचलले पाहिजेत. नंतर स्वत:कडे विषम संख्येत सागरगोटे राहतील याची तिने काळजी घेतली पाहिजे आणि पुढची खेळी करताना तिने सागरगोटे अशा तऱ्हेने उचलावेत की राशीत १, ८ किंवा ९ सागरगोटे उरतील. असे खेळल्यास सिंधूला यश मिळणार हे ठरलेलेच. पण जर का राशीत असे सागरगोटे ठेवणे जमत नसेल तर तिने राशीत ४, ५ किंवा १२ सागरगोटे राहतील अशा पद्धतीने ते उचलावेत आणि स्वत:कडील सागरगोट्यांची संख्या सम ठेवावी, म्हणजेही ती जिंकणार हे ठरलेले. अशा रीतीने खेळ संपेपर्यंत राशीतील सागरगोट्यांच्या संख्येनुसार तिने पहिल्या अथवा दुसऱ्या प्रकारे खेळी केली की तिची प्रतिस्पर्धी बिंदू हिला ती नेहमीच सहज हरवू शकते.

३. विजेती कोण ?

एक्का ते दश्शा अशी दहा पाने घेतली आहेत. ह्या दहा पानांची एकूण बेरीज १ + २ + ३ + ४ + ५ + ६ + ७ + ८ + ९ + १० = ५५ होते. उज्ज्वला, उर्वशी, उर्मिला आणि उल्केकडील पानांची बेरीज १४ + ५ + ७ + ११ = ३७ होते. यावरून उषेकडील पानांची बेरीज १८ होते हे उघड आहे.

आता एक्का ते दश्शा यांपैकीच दोन पाने घेऊन उषेकडील पानांची बेरीज १८ झाली असल्याने तिच्याकडे दश्शा व अठ्ठा हीच पाने असली

पाहिजेत. कारण इतर कोणत्याही दोन पानांची बेरीज १८ होत नाही. उरलेल्या आठ पानांतून उज्ज्वलेकडील पानांची १४ ही बेरीज होण्यासाठी तिच्या वाट्याला नव्वा आणि पंजा आला असणार. याप्रमाणे उल्केकडे सत्ता आणि चौका, उर्मिलेकडे छक्का व एक्का आणि उर्वशीकडे तिरी व दुरी आली असली पाहिजे. डावाची बिजेती अर्थातच उषा आहे.

४. चंद्रहासकडील फासे

परस्पर विरुद्ध टोकाचे चौरस कापलेल्या बुद्धिबळाच्या पटावरील ६२ चौरस ३१ फाशांनी पूर्णतया झाकणे मुळीच शक्य नाही. याचे कारण असे की, परस्परांच्या विरुद्ध टोकाचे चौरस एकाच रंगाचे म्हणजे पांढरे किंवा काळे असतात. या कोड्यात ते काळे आहेत. त्यामुळे हे चौरस पटावरून कमी केल्या-वर पटावर ३२ पांढरे चौरस उरतात आणि ३० काळे चौरस उरतात. प्रत्येक फासा लगतचे चौरस झाकत असल्याने, तो एक पांढरा व एक काळा चौरस झाकत असणार. साहजिकच ३० फाशांच्या सहाय्याने ६० चौरस झाकून टाकल्यावर न झाकलेले केवळ २ चौरस उरतात. पण ते एकाच रंगाचे असतात. या कोड्याच्या बाबतीत ते पांढरे असणार. बुद्धिबळाच्या पटावर दोन पांढरे चौरस काय किंवा दोन काळे चौरस काय, एकमेकांच्या कधीच लगत असू शकत नाहीत. म्हणून उरलेला ३१ वा फासा हे दोन चौरस झाकू शकत नाही.

५. कॅरम स्पर्धेतील जोड्या

	पहिला कॅरम	दुसरा कॅरम
पहिला दिवस	आल्हाद व मधुमती विरुद्ध चारुदत्त व रती	माधव व अंबिका विरुद्ध राजेश व चंद्रिका
दुसरा दिवस	आल्हाद व रती विरुद्ध माधव व चंद्रिका	राजेश व अंबिका विरुद्ध चारुदत्त व मधुमती

	पहिला कॅरम	दुसरा कॅरम
तिसरा दिवस	आल्हाद व चंद्रिका विरुद्ध राजेश व मधुमती	चारुदत्त व अंबिका विरुद्ध माधव व रती

वरीलप्रमाणे जोड्या लावल्या असता कोणताही खेळाडू दुसऱ्याचा दोनदा भिडू होत नाही की दोनदा प्रतिस्पर्धी होत नाही.

६. मोटारगाड्यांची गोलाकार शर्यत

हे कोडे सोडविताना एक गोष्ट लक्षात घेतली पाहिजे आणि ती म्हणजे वर्तुळाकार मार्गावर फिरणाऱ्या मोटारींच्या मागे आणि पुढे सारख्याच मोटारी असतात. कारण संदर्भासाठी कोणतीही मोटार निवडली तरी उरलेल्या साऱ्या मोटारी जशा तिच्या पुढे असतात तशाच त्या तिच्या मागेही असतात.

म्हणून दोडगेंच्या मोटारीच्या पुढे 'क्ष' मोटारी आहेत असे जर आपण मानले तर तिच्या मागेही 'क्ष' च मोटारी असतील आणि शर्यतीतील एकूण मोटारी (क्ष + १) असतील.

$$\therefore \frac{क्ष}{४} + \frac{४}{५}क्ष = क्ष + १$$

$$\therefore ५ क्ष + १६ क्ष = २० क्ष + २०$$

$$\therefore २१ क्ष = २० क्ष + २०.$$

$$\therefore क्ष = २०.$$

म्हणून शर्यतीत एकूण २१ मोटारींनी भाग घेतला होता.

७. समजूतदार सावळ्या तरे व काशा तामोरे

१) श्रीमती तरे व त्यांचा मुलगा नदीच्या दुसऱ्या तीरावर गेली. मुलगा तिथेच राहिला.

२) श्रीमती तरे परत आल्या.

३) श्री. व श्रीमती तरे पलीकडे गेली. श्रीमती तरे मुलाबरोबर पलीकडेच राहिल्या.

४) श्री. तरे परत आले.

५) श्री. तरे व श्री. तामोरे पलीकडे गेले. श्री. तरे आपल्या कुटुंबियांबरोबर राहिले.

६) श्री. तामोरे परत आले.

७) श्री. व श्रीमती तामोरे पलीकडे गेली. श्री. तामोरे पैलतीरावर राहिले.

८) श्रीमती तामोरे परत आल्या.

९) श्रीमती तामोरे व त्यांचा मुलगा पलीकडे गेली.

वरीलप्रमाणे दोन्ही कुटुंबांनी भांडणतंटा टाळून लवकरात लवकर नदी ओलांडली असेल.

८. पहिलवानांनी काय युक्ती योजली ?

आपण पहिलवान 'प' या अक्षराने, होडी वल्हवता येणारा दरोडेखोर 'द' या अक्षराने आणि वल्हवता न येणारे दरोडेखोर 'ढ' या अक्षराने दाखवू.

पहिलवानांना कोणताही धोका न पत्करता नदी ओलांडायची असल्याने त्यांनी पुढीलप्रमाणे फेऱ्या आयोजित केल्या असणार.

नदीचा ऐलतीर	होडीत	नदीचा पैलतीर
सुरुवातीला प प प द ढ ढ		
१) प प प ढ	द ढ ⟶	द ढ
२) प प प द ढ	द ⟵	ढ
३) प प प	द ढ ⟶	द ढ ढ
४) प प प द	द ⟵	ढ ढ
५) प द	प प ⟶	प प ढ ढ
६) प प द ढ	प ढ ⟵	प ढ

नदीचा ऐलतीर	होडीत	नदीचा पैलतीर
७) प	प द	
ढ	→	
		प प
		द ढ
८)	प ढ	प
	←	द
प प		
ढ ढ		
९) ढ ढ	प प	
	→	प प प
		द
१०)	द	प प प
	←	
द ढ ढ		
११) ढ	द ढ	
	→	
		प प प
		द ढ
१२)	द	प प प
	←	ढ
द ढ		
१३)	द ढ	
	→	
		प प प*
		द ढ ढ

* केवळ कोडे सोडवलेले समजावे म्हणून तेराव्या फेरीपर्यंत पहिलवान पैलतीरावर होते असे दाखवले आहे.

खरे तर दहाव्या फेरीच्या वेळी वल्हविता येणारा 'द' दरोडेखोर ऐलतीरावरील साथीदारांना आणायला निघाला तेव्हाच तिघा पहिलवानांनी पैलतीराच्या पुढे जाण्यास सुरुवात केली आणि दरोडेखोरांपासून लवकरात लवकर दूर होऊन आपला मार्ग निर्धोक केला.

९. बालहट्ट

'वेल्हे' तीर	होडी प्रवास	'आले' तीर
इरगोंडा, जगन्नाथ, दामोदर, व्यंकटेश व शांताराम, ईरा, दीपा, व्योमा, शीला व जाई		
१) इ, ज, दा, व्यं, शां, व्यो, शी	ई, जा, दी. ⟶	ई, जा, दी
२)	जा, दी ⟵	ई
इ, ज, दा, व्य, शां, जा, दी, व्यो, शी		
३) इ, ज, दा, व्यं, शां, शी	जा, दी, व्यो ⟶	ई, जा, दी, व्यो
४)	व्यो ⟵	ई, जा, दी
इ, ज, दा, व्यं, शां, व्यो, शी		

'वेल्हे' तीर	होडी प्रवास	'आले' तीर
५) व्यं, शां, व्यो, शी	इ, ज, दा ——→	
		इ, ज, दा, ई, जा, दी
६)		इ, ज, ई, जा
	दा, दी ←——	
दा, व्यं, शां, दी, व्यो, शी		
७) दी, व्यो, शी	दा, व्यं, शां ——→	
		इ, ज, दा, व्यं, शां, ई, जा
८)		इ, ज, दा, व्यं, शां, ई
	जा ←——	
जा, दी, व्यो, शी		
९) शी	जा, दी, व्यो ——→	
		इ, ज, दा, व्यं. शां, ई, जा, दी, व्यो
१०)		इ, ज, दा, व्यं, शां, ई, जा
	दी. व्यो ←——	
दी, व्यो, शी		

'बेल्हे' तीर	होडीत प्रवास	'आले' तीर
११)	दी, व्यो, शी ⟶	
		इ, ज, दा, व्यं, शां, ई, जा, दी, व्यो, शी

दुसऱ्या फेरीत ईराला 'आले' तीरावर नेताना आणि तिसऱ्या फेरीत व्योमाला 'आले' तीरावर आणण्यासाठी आणखी फक्त एक मुलगी गेली असती तरी चालले असते; परंतु नदी लवकरात लवकर ओलांडायची असल्याने एकाऐवजी दोन मुली होडीतून जातात. कारण प्रत्येकजण सारख्याच जोराने होडी वल्हवीत असल्याने दोन मुलींनी वल्हवलेली होडी दुप्पट वेगाने जाते. पुन्हा दोन मुली एका तीरावरून दुसऱ्या तीरावर गेल्याने फेऱ्यांची संख्या वाढत नाही.

अशीच स्थिती दहाव्या आणि अकराव्या फेरीच्या वेळची आहे. शीलाला आणायला दहाव्या फेरीच्या वेळी तिचे वडील शांताराम एकटे जाऊ शकत होते; पण दीपा आणि व्योमा गेल्याने होडी दुप्पट वेगाने हाकता येणार होती. म्हणून शीलाला घ्यायला आणि पुन्हा आले तीरावर आणायला दीपा आणि व्योमा गेल्या आणि त्यांनी दहावी आणि अकरावी फेरी पूर्ण केली.

करा बरं तर्क !

१०. सजा

राजे, त्यांचे मुख्य सल्लागार आणि मुख्यमंत्री या तिघांनाही वेगवेगळ्या शिक्षा झाल्या होत्या. त्यामुळे मुख्य सल्लागार आणि मुख्यमंत्री यांना सारखीच शिक्षा होणे शक्य नाही. याचाच अर्थ राजे दुमाँव यांना शिरच्छेदाची शिक्षा झाली नाही. तसेच राजे आणि मुख्यमंत्री यांनाही सारखीच शिक्षा होणे शक्य नव्हते. म्हणजेच मुख्य सल्लागाराला जन्मठेपेची शिक्षा झाली नाही. परंतु राजे व मुख्य सल्लागार यांना वेगवेगळया शिक्षा झाल्या होत्या. त्यामुळे मुख्यमंत्र्यांची निर्दोष म्हणून सुटका झाली. राजे दुमाँवना शिरच्छेदाची शिक्षा होणे शक्य नाही हे आपण पाहिलेच आहे. तसेच मुख्यमंत्र्यांची निर्दोषी म्हणून सुटका झाल्याने राजे निर्दोष सुटणे शक्य नाही. म्हणून राजे दुमाँव यांना जन्मठेपेची शिक्षा झाली. यावरून मुख्य सल्लागार किसिफेरॉं यांना शिरच्छेदाची सजा फर्मावण्यात आली होती हे उघड आहे.

थोडक्यात, राजे दुमाँव यांना जन्मठेपेची आणि त्यांचे मुख्य सल्लागार किसिफेरॉं यांना शिरच्छेदाची शिक्षा झाली तर मुख्यमंत्री प्रोगॉल निर्दोष सुटले.

११. किती खोके उघडावेत ?

केवळ एकाच खोक्यातील एक चेंडू पाहून तिन्ही खोक्यांवर योग्य लेबल असलेली झाकणे लावता येतील. तिन्ही खोक्यांवर चुकीच्या लेबलांची झाकणे आहेत ही वस्तुस्थितीच मुळी हे कोडे सोडविण्याची किल्ली आहे.

'ला पां' हे लेबल असलेल्या खोक्यातील एक चेंडू काढून पाहिला असता तो 'लाल' असल्याचे आढळून आले असे समजा. याचाच अर्थ त्या खोक्यातील दुसरा चेंडूही लालच असला पाहिजे. न ही तर खोक्यावरील लेबल बरोबर असेल.

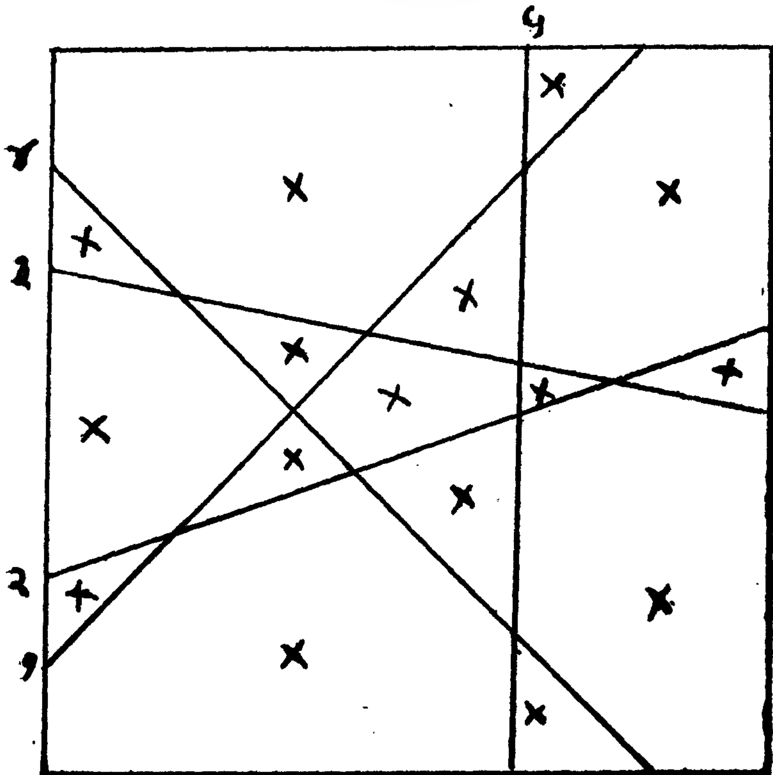
दोन्ही लाल चेंडू असलेला खोका माहीत झाल्यावर 'पां पां' लेबल असलेल्या खोक्यातील चेंडू कोणत्या रंगाचे आहेत हे तुम्ही झटकन सांगू शकाल. त्यातील एक चेंडू लाल आणि एक चेंडू पांढरा असला पाहिजे. त्यातील दोन्ही चेंडू पांढरे असू शकत नाहीत. कारण तसे झाल्यास खोक्यांवरील लेबल खरे ठरेल. पण लेबल चुकीचे आहे हे तुम्ही जाणताच. तसेच त्यातील दोन्ही चेंडू लालही

असू शकत नाहीत. कारण दोन्ही लाल चेंडू असलेला खोका तुम्ही अगोदरच हुडकून काढला आहे. म्हणजेच तुम्ही अगोदर निष्कर्ष काढल्याप्रमाणे 'पां पां, लेबल असलेल्या खोक्यात एक लाल व एक पांढरा चेंडू असला पाहिजे. त्यामुळे उरलेल्या खोक्यात म्हणजेच 'ला ला' असे लेबल असलेल्या खोक्यात दोन पांढरे चेंडू असले पाहिजेत.

'ला पां' लेबल असलेल्या खोक्याची पाहणी करताना लाल चेंडूऐवजी पांढरा चेंडू निघाल्यास वरीलप्रमाणेच युक्तिवाद करून तुम्ही हे कोडे सोडवू शकाल. अशा वेळी लाल चेंडूच्या ठिकाणी पांढरा चेंडू येईल इतकेच.

१२. रंजीस आणणाऱ्या सोळा फुल्या

बुंदेलू सरांनी सोबतच्या चित्रात दाखविल्याप्रमाणे पाच सरळ रेषा आखून सोळाच्या सोळा फुल्या वेगळ्या केल्या असतील.



१३. पाहुण्यांचा पेशा

कोड्यात अजय, अभय, अमेय आणि अक्षय या चार सन्माननीय पाहुण्यांबद्दल चार विधाने आली आहेत. या विधानांना अनुक्रमे आपण १ ते ४ असे क्रमांक देऊ; म्हणजे उत्तरात सुटसुटीतपणा येईल आणि कारणमीमांसा करणेही सोपे जाईल.

अमेय, हा अभियंता नाही (विधान १) की वकील नाही (विधान ३). प्राध्यापक उरलेल्या तिघांपैकी दोघांचा चांगला मित्र आहे (विधान ४). या उलट अमेयचे दोघांशी मुळीच पटत नाही (विधान १). याचाच अर्थ अमेय प्राध्यापक असू शकत नाही; म्हणजेच अमेय डॉक्टर असला पाहिजे.

अजय किंवा अमेय अभियंता असू शकत नाही (विधान १); तसेच अभयही अभियंता असू शकत नाही. कारण त्याची आणि डॉक्टरची दाट मैत्री आहे (विधान २). अन् डॉक्टर म्हणजे अमेय हे आपण नुकतेच सिद्ध केले आहे. म्हणून अक्षय अभियंता असला पाहिजे.

आता उरले केवळ दोघेजण ! अजयचे अमेयशी पटत नव्हते. विधान १ आणि ४ वरून अजय प्राध्यापक असणे शक्य नाही. म्हणजेच अभय प्राध्यापक असला पाहिजे आणि अजय वकील.

१४. तल्लख बुद्धीचे मि. शार्पब्रेन

या प्रकारची समस्या सोडवताना एक तक्ता तयार केला पाहिजे. तक्त्यात डाव्या हाताला वरून खाली सारी आडनावे क्रमाने लिहावी आणि डावीकडून उजवीकडे जाताना स्त्रियांची नावे लिहावीत. नंतर ज्या ज्या अधिकाऱ्याने ज्या ज्या स्त्रीबरोबर गाणे गायले अथवा जो जो अधिकारी ज्या ज्या स्त्रीबरोबर पत्त्याचे खेळ खेळला ते स्तंभ जेथे एकमेकांना मिळतात तेथे × अशी खूण करावी. कारण ती दोघं मिळून 'जोडपे' होऊ शकत नाही. अशा रीतीने कोण कोणाचे जोडपे होऊ शकणार नाही हे टिपून झाल्यावर × या खुणेने न जोडले गेलेले स्तंभ पाहावेत आणि जोडपी ठरवावीत.

नावे	लक्ष्मी	सुवर्णा	दुर्गा	इंदिरा	शांता	सरस्वती	सुमन
हेगडे	×			×		×	×
कामत							
शानभाग	×					×	×
नाडकर्णी	×	×		×		×	×
कलबाग						×	
कोडकणी	×	×		×	×	×	×
वर्दे	×					×	

उदाहरणार्थ, हेगडेंनी लक्ष्मीबरोबर गाणे म्हटले असल्याने लक्ष्मी हेगडे असू शकत नाही. म्हणून हेगडे आणि लक्ष्मी नावाचे स्तंभ जेथे मिळतात तेथे × अशी खूण करावी. अशा सगळ्या खुणा केल्यावर तुम्हाला वर दिल्याप्रमाणे तक्ता मिळेल.

आता सारे सोपे आहे. तक्त्याकडे नीट पाहिले की लक्षात येते की कोडकर्णींची बायको दुर्गा असली पाहिजे आणि सरस्वतीचा नवरा कामत असला पाहिजे. याप्रमाणे कोडकर्णींची बायको आणि सरस्वतीचा नवरा शोधून काढल्यावर तिसऱ्या उभ्या स्तंभातील आणि दुसऱ्या आडव्या स्तंभातील सर्व घरांत (×) फुल्या मारा. आता आपल्या लक्षात येते की, कलबागची बायको फक्त लक्ष्मी असू शकते. आता आपण पाचव्या आडव्या स्तंभातील सर्व घरांत फुल्या मारू, म्हणजे स्पष्ट होते की सुमनच्या नवऱ्याचे आडनाव वर्दे आहे. सातव्या आडव्या आणि उभ्या स्तंभातील सर्व घरांत फुल्या मारल्यावर इंदिरा शानभागची बायको असली पाहिजे हे लक्षात येते. अशाच रीतीने पुढे गेल्यावर सुवर्णा हेगडेंची बायको आहे आणि शांता नाडकर्णींची बायको आहे हे स्पष्ट होते.

तल्लख बुद्धीच्या मि. शार्पब्रेनने वरीलप्रमाणेच कोणत्या अधिकाऱ्याची कोण अर्धांगी होती हे अचूकपणे सांगितले असेल.

इथं कोडं वयात नव्हे, वय कोड्यात येतं !

१५. जरदाळूवरून वय ?

माधुरी ३ जरदाळू घेईपर्यंत किन्नरी २ जरदाळू घेते आणि माधुरी ४ जरदाळू घेईपर्यंत मयूरी ३ जरदाळू घेते. याचाच अर्थ माधुरीने १२ जरदाळू घेतले असता किन्नरीने ८ आणि मयूरीने ९ जरदाळू घेतलेले असणार. म्हणजेच तिघींनी मिळून १२ + ८ + ९ = २९ जरदाळू घेतलेले असणार. पण पिशवीत ६०९ जरदाळू आहेत. म्हणजेच मुलींनी उचललेल्या जरदाळूच्या ते २१ पट आहेत. (कारण ६०९ ÷ २९ = २१) म्हणून पिशवीतील सर्व जरदाळू वाटून घेतल्यावर किन्नरीच्या वाट्याला ८ × २१ = १६८, मयूरीच्या वाट्याला ९ × २१ = १८९ आणि माधुरीच्या वाट्याला १२   २१ = २५२ जरदाळू येतील.

ह्या तिन्ही विद्यार्थिनींच्या वयांची बेरीज ४३.५ वर्षे म्हणजे २९ च्या दीडपट आहे. म्हणून त्यांची वये अनुक्रमे ८ × १.५, ९ × १.५ आणि १२ × १.५ आहेत. म्हणजेच किन्नरी १२ वर्षांची आहे, मयूरी १३½ वर्षांची आहे आणि माधुरी १८ वर्षांची आहे.

१६. आणखी आठ वर्षांनी एकसष्ठी

आजपासून आठ वर्षांनी दोघांच्या वयांची मिळून एकसष्ठी होणार आहे" म्हणजेच आणखी ८ वर्षांनी त्यांच्या वयांची बेरीज ६१ होणार. याचाच अर्थ त्यांच्या आजच्या वयांची बेरीज (६१ – १६) = ४५ वर्षे आहे.

पुष्पहासचे आजचे वय 'क्ष' वर्षे आहे असे आपण मानू. म्हणून चारुबालेचे आजचे वय (४५ – क्ष) वर्षे आहे. म्हणून दोघांच्या वयातील अंतर क्ष – (४५ – क्ष) = (२ क्ष – ४५) वर्षे आहे.

साहजिकच पुष्पहासचे वय जेव्हा चारुबालेच्या आजच्या वयाइतकेच म्हणजे (४५ – क्ष) वर्षे होते तेव्हा चारुबालेचे वय (४५ – क्ष) – (२ क्ष – ४५) = (९० – ३ क्ष) वर्षे होते. परंतु चारुबालेचे हे वय पुष्पहासाच्या त्यावेळच्या वयाच्या निम्मे होते.

∴ (४५ – क्ष) = २ (९० – ३ क्ष)

∴ ४५ – क्ष = १८० – ६ क्ष

∴ ५ क्ष = १८० – ४५ = १३५

∴ क्ष = $\frac{१३५}{५}$ = २७

∴ पुष्पहासचे आजचे वय २७ वर्षे आहे आणि चारुबालेचे आजचे वय (४५ – २७) = १८ वर्षे आहे.

पडताळा : आजपासून ८ वर्षांनी पुष्पहासचे वय २७ + ८ = ३५ वर्षे आणि चारुबालेचे वय १८ + ८ = २६ वर्षे असेल,

∴ ३५ + २६ = ६१

∴ पुष्पहासचे आजचे वय २७ वर्षे आणि चारुबालेचे आजचे वय १८ वर्षे आहे हे उत्तर बरोबर.

१७. सीताकाकूंचं वय

सीताकाकूंचे वय (१० क्ष + य) वर्षे आहे असे आपण मानू; म्हणजे त्यांच्या यजमानांचे वय असेल (१० य + क्ष) वर्षे.

∴ दोघांच्या वयांची बेरीज = (१० क्ष + य) + (१० य + क्ष)

= ११ क्ष + ११ य

त्याचप्रमाणे त्यांच्या वयातील अंतर

= (१० य + क्ष) — (१० क्ष + य)

∴ ९ य – ९ क्ष.

परंतु त्यांच्या वयातील अंतर त्यांच्या वयांच्या बेरजेच्या $\frac{१}{११}$ आहे. म्हणजेच $\frac{१}{११}$ (११ क्ष + ११ य) = (क्ष + य) वर्षे आहे.

∴ क्ष + य = ९ य – ९ क्ष

∴ १० क्ष = ८ य किंवा क्ष = $\frac{४}{५}$ य

परंतु 'क्ष' आणि 'य' हे वयातील अंक असल्याने ते धन व पूर्णांक असले पाहिजेत.

∴ 'क्ष' ची किंमत एक अंकी व पूर्णांक असण्यासाठी य = ५ ही 'य' ची एकच किंमत संभवते.

∴ य = ५ आणि क्ष = ४.

∴ सीताकाकूंचे वय ४५ वर्षे असावे.

पडताळा : सीताकाकूंचे वय ४५ वर्षे आहे म्हणून त्यांच्या यजमानांचे वय ५४ वर्षे आहे.

∴ त्यांच्या वयांची बेरीज ९९ वर्षे आहे.

आणि वयातील अंतर ९ वर्षे आहे.

∴ ९९ ÷ ११ = ९

∴ सीताकाकूंचे वय ४५ वर्षे आहे.

१८. जुआँव आणि आन्तोनचे वय

प्रवीणभाईला जुआँव-आन्तोनचे कोडे नीट सोडविता आलेले असल्यास त्याला त्यांचे वय कळले असेल. नपेक्षा आपण त्याच्यासाठी हे कोडे पुढे सोडवू.

जुआँवचे आणि आन्तोनचे सध्याचे वय काहीही असो; त्यांच्या वयांतील अंतरात फरक पडणार नाही. हा फरक 'क्ष' वर्षांचा आहे असे आपण मानू.

एके वेळी जुआँवचे वय आन्तोनच्या वयाच्या दुप्पट होते; म्हणजे त्यावेळी आन्तोनचे वय 'क्ष' वर्षे असेल तर जुआँवचे वय '२ क्ष' वर्षे होते.

तसेच आणखी १० वर्षांनी आन्तोनचे वय '२ क्ष' वर्षे होणार आहे; म्हणजे त्याचे सध्याचे वय (२ क्ष–१०) वर्षे असले पाहिजे. यावरून जुआँवचे सध्याचे वय (३ क्ष – १०) वर्षे असले पाहिजे.

पण दोघांचे मिळून वय १०० वर्षांचे आहे.

∴ (२ क्ष – १०) + (३ क्ष – १०) = १००

किंवा ५ क्ष – २० = १००

∴ ५ क्ष = १२०

$\therefore$ क्ष = २४

$\therefore$ २ क्ष − १० = ४८ − १० = ३८

आणि ३ क्ष − १० = ७२ − १० = ६२.

म्हणजेच आन्तोनचे सध्याचे वय ३८ वर्षांचे आहे आणि जुऑंवचे 'वय ६२ वर्षांचे आहे.

१९. विरुपाक्षची वयासंबंधीची विचित्र माहिती

विरुपाक्षचा जन्म झाला तेव्हा त्याच्या बहिणीचे म्हणजे मीरेचे वय 'क्ष' वर्षे होते असे आपण मानू. म्हणजे त्याच्या आईचे वय त्यावेळी ४ क्ष वर्षांचे असेल.

समजा, विरुपाक्षचे सध्याचे वय 'य' वर्षे आहे. म्हणजे त्याच्या आईचे सध्याचे वय (४ क्ष + य) वर्षे इतके असेल. परंतु विरुपाक्षचे सध्याचे वय त्याच्या आईच्या वयाच्या $\frac{1}{4}$ इतके आहे.

$\therefore$ ४ य = ४ क्ष + य

$\therefore$ य = $\frac{4}{3}$ क्ष

मीरेचे सध्याचे वय (क्ष + य) वर्षे असेल. परंतु य = $\frac{4}{3}$ क्ष हे आपण नुकतेच पाहिले आहे. तेव्हा ही किंमत मीरेच्या वयात घालू; म्हणजे तिचे सध्याचे वय (क्ष + $\frac{4}{3}$ क्ष) = $\frac{7}{3}$ क्ष वर्षे असेल.

परंतु तिचे सध्याचे वय वडिलांच्या वयाच्या $\frac{1}{3}$ इतके असल्याने तिच्या वडिलाचे सध्याचे वय $\frac{7}{3}$ क्ष × $\frac{3}{1}$ = ७ क्ष वर्षे असेल.

आणखी ४ वर्षांनी वडिलांचे वय (७ क्ष + ४) वर्षे असेल तर विरुपाक्षचे वय ($\frac{4}{3}$ क्ष + ४) वर्षे असेल. तथापि त्यावेळी त्याचे वय त्याच्या वडिलांच्या वयाच्या $\frac{1}{4}$ इतके असेल.

$\therefore$ ४ ($\frac{4}{3}$ क्ष + ४) = ७ क्ष + ४

$\therefore$ १६ क्ष + ४८ = २१ क्ष + १२.

$\therefore$ ५ क्ष = ३६

$\therefore$ क्ष = ३६/५.

$\therefore$ विरुपाक्षचे सध्याचे वय $\frac{४}{३}$ क्ष म्हणजेच $\frac{४}{३} \times \frac{३६}{५} = \frac{४८}{५} = ९\frac{३}{५}$ वर्षे आहे.

मीरेचे वय $\frac{७}{३}$ क्ष म्हणजेच $\frac{७}{३} \times \frac{३६}{५} = \frac{८४}{५} = १६\frac{४}{५}$ वर्षे आहे. त्याच्या आईचे वय (४क्ष + य) म्हणजेच $\frac{४}{१} \times \frac{३६}{५} + \frac{४८}{५} = \frac{१९२}{५} = ३८\frac{२}{५}$ वर्षे आहे आणि त्याच्या वडिलांचे वय ७ क्ष म्हणजे $७ \times \frac{३६}{५} = \frac{२५२}{५} = ५०\frac{२}{५}$ वर्षे आहे.

पाहा शोधून संकेत या कोड्यांतला

२०. रामभक्ताचे राममय गणित

दोन चारअंकी संख्यांची बेरीज पाचअंकी असल्याने रा = १.

बेरजेतील सहस्रस्थानाचा स्तंभ पाहिल्यास असे दिसून येते की —

रा + ब = म + १०. पण रा = १.

∴ १ + ब = म + १०. किंवा ब = म + ९.

परंतु 'ब' केवळ एकच अंक दर्शवितो. ∴ म = ० असलाच पाहिजे आणि ब = ९ असले पाहिजेत. तथापि शतमस्थानातील अंकांच्या बेरजेमुळे हातचा १ आल्यास 'ब' ची किंमत ८ ही होऊ शकते.

तूर्त आपण ब = ९ आहे असे गृहीत धरून दोन्ही संख्यांची बेरीज जुळवता येते का ते पाहू.

	१	०	भ	ज
+	९	ज	रं	ग
१	०	रं	ज	न

आता शतमस्थानाच्या स्तंभावरून असे लक्षात येते की ० + ज = रं. वास्तविक ० + ज = ज व्हायला पाहिजेत. पण ज्याअर्थी ते ० + ज = रं असे आहे त्याअर्थी दशमस्थानातील अंकांच्या बेरजेमुळे हातचा १ आला असला पाहिजे. याचाच अर्थ ज + १ = रं. दशमस्थानाच्या स्तंभातील अंकांची बेरीज केल्यास आपल्याला भ + रं + १ (एकमस्थानाच्या स्तंभातील अंकांच्या बेरजेनंतर हातचा १ आल्यास) ही राशी मिळते. ही राशी (ज + १०) आहे. ती [(रं − १) + १०] अशीही लिहिता येते.

∴ भ + रं + १ = रं − १ + १०

= रं + ९

∴ भ = ८.

एकमस्थानातील अंकांच्या बेरजेनंतर हातचा १ न आल्यास भ = ९ होऊ शकतात. पण 'ब' साठी तूर्तास ९ हा अंक कायम केलेला आहे. ∴ भ = ८. याचाच अर्थ एकमस्थानाच्या स्तंभातील अंकांची बेरीज केल्यावर हातचा १ येतो. दुसऱ्या शब्दांत सांगायचे तर (ज + ग) ही बेरीज १० हून मोठी आहे. आपण सध्या ८ आणि ९ हे अंक अनुक्रमे 'भ' आणि 'ब' साठी निश्चित केले आहेत. त्यामुळे (ज + ग) ची बेरीज १० हून मोठी करण्यासाठी पुढील शक्यता उरतात. त्या म्हणजे ५ आणि ६ किंवा ५ आणि ७ किंवा ६ आणि ७ अशी जोडी (ज + ग) साठी निवडून त्यांची बेरीज करणे. परंतु (५ + ६) ही शक्यता होऊ शकत नाही. कारण तसे केल्यास न = १ होईल आणि रा = १ हे आपण अगोदरच सिद्ध केलेले आहे. म्हणून (६ + ७) आणि (५ + ७) या दोनच जोड्या उरतात. परंतु ज = ७ होऊ शकत नाही. कारण ज = ७ झाल्यास उत्तराच्या शतमस्थानातील रं = ८ होईल. आपण ८ हा अंक 'भ' साठी निश्चित केलेला आहे. म्हणून ज = ५ किंवा ६ असू शकतो. आपण ज = ५ आहे असे समजू. नाहीतर 'रं' ची किंमत ७ होईल आणि 'रं' ला ७ किंमत देऊन चालणार नाही. कारण ती किंमत आपण 'ग' साठी राखून ठेवली आहे. अशा रीतीने रा, ब, म, ज, ग आणि भ यांच्या किंमती निश्चित केल्यावर न = २ आणि रं = ६ हे सिद्ध होते. आता अक्षरांच्या जागी आपण शोधून काढलेल्या किंमती घालून पडताळा करू.

```
   १ ० ८ ५
 + ९ ५ ६ ७
 ---------
 १ ० ६ ५ २
```

२१. सरगम

प्रथम आपण एकमस्थानचा स्तंभ पाहू. 'म' हा एकच अंक तीनदा मिळवला असता उत्तराच्या एकमस्थानी पुन्हा तोच अंक येतो. एकच एक अंक तीनदा मिळवून एकमस्थानी पुन्हा तोच येणारा अंक ० किंवा ५ आहे. म्हणून म = ० किंवा ५. परंतु 'म र स म' या चारअंकी संख्येच्या सुरुवातीला

'म' असल्याने 'म' ची किंमत शून्य असणे शक्य नाही. म्हणून म = ५.

दहमस्थानाच्या अंकांची बेरीज केली असता आणि एकमस्थानाकडून आलेला हातचा एक त्यात मिळविला असता असे दिसून येते की,

स + र + ग + १ = १० + ग

∴ स + र = ९

शतमस्थानाच्या स्तंभातील र आणि ग ची बेरीज करून त्यात दहमस्थानचा हातचा एक मिळविल्यास बेरीज

र + ग + १ = १० + र अशी होते.

∴ ग = ९

तसेच शतमस्थानच्या 'र' मध्ये 'ग' म्हणजेच ९ मिळविले असता सहस्रस्थानी हातचा एक येतो. हा एक सहस्रस्थानाच्या 'म' मध्ये मिळविला असता 'स' मिळतो. दुसऱ्या शब्दांत म + १ = स. पण म = ५ हे आपणांस ठाऊक आहेच. म्हणून स = ६.

स + र = ९ हे आपण यापूर्वी पाहिले आहेच; म्हणून र = ३.

थोडक्यात, म = ५, र = ३, स = ६ आणि ग = ९.

आता आपण पडताळा करून पाहू :

```
    ५ ३ ६ ५
+     ९ ३ ५
+       ९ ५
-----------
    ६ ३ ९ ५
```

२२. कडक वाकवा? नव्हे डोकं चालवा!

आपण हे सांकेतिक गणित बीजगणिताच्या भाषेत मांडू.

∴ (१०० क + १० ड + क) − (१०० वा + १० क + वा)
= (१०० वा + १० क + ड)

∴ (१०१ क + १० ड) − (१०१ वा + १० क) =
१०० वा + १० क + ड

$\therefore$ ९१ क + १० ड − १०१ वा = १०० वा + १० क + ड.

$\therefore$ ८१ क + ९ ड = २०१ वा.

$\therefore$ २७ क + ३ ड = ६७ वा.

'क', 'ड' आणि 'वा' ह्या एकअंकी संख्या आहेत. तेव्हा त्यांची किंमत ० ते ९ पर्यंत कोणतीही एक असू शकते. तेव्हा या किंमती घेऊन प्रयत्न आणि प्रमाद पद्धतीने समीकरणाची पूर्ती कोणत्या किंमती घेतल्या असता होते हे पाहिल्यास असे दिसून येते की, क = ७.

ड = ४ आणि वा = ३.

कारण २७ × ७ + ३ × ४ = ६७ × ३.

१८९ + १२ = २०१.

ह्या किंमती सांकेतिक कोड्यात लिहून पडताळा करू.

$\therefore$ ७४७ − ३७३ = ३७४.

$\therefore$ ७ ४ ७
− ३ ७ ३
———————
३ ७ ४ हे उत्तर.

२३. नग गन (अ) न गगन

हे सांकेतिक गणित आपण पुढीलप्रमाणे लिहू :

```
    न  ग
+   ग  न
+      न
----------
ग   ग  न
```

दशमस्थानाचा स्तंभ पाहिला की आपल्या लक्षात येते की तेथील दोन अंकांची बेरीज केली असता बेरीज दोनअंकी म्हणजे (ग ग) अशी येते. एकमस्थानच्या अंकांची बेरीज केली असता हातचे जास्तीत जास्त म्हणजे २ येतात असे गृहीत धरल्यासही न + ग + २ ही दशमस्थानच्या अंकांची बेरीज

२० हून कमी असेल. म्हणून ग = १ हे सिद्ध होते. आता ग = १ ही किंमत मूळ सांकेतिक गणितात लिहू.

$$
\begin{array}{rrr}
\therefore & न & १ \\
 & १ & न \\
 & & न \\
\hline
१ & १ & न
\end{array}
$$

'न' ची किंमत ८ होऊ शकत नाही. म्हणून ती ९ आहे.

$$
\begin{array}{rrr}
\therefore & ९ & १ \\
 & १ & ९ \\
 & & ९ \\
\hline
१ & १ & ९
\end{array}
$$

हे अक्षरगणित आपण बीजगणिताच्या भाषेत लिहू म्हणजे ते असे होईल.

$$(१० न + ग) + (१० ग + न) + न = १०० ग + १० ग + न$$

$$\therefore १२ न + ११ ग = ११० ग + न$$

$$\therefore ११ न = ९९ ग$$

$$\therefore न = ९ ग$$

'ग' ची किंमत शून्य असू शकत नाही. कारण तसे झाल्यास 'न' ची किंमत शून्य होईल, आणि अक्षरगणिताला अर्थ उरणार नाही. 'ग' ची किंमत १ झाल्यास 'न' बरोबर ९ होईल. याउलट 'ग' ची किंमत २ किंवा त्याहून जास्त म्हणजे ३, ४,..........९ झाल्यास 'न' ची किंमत दोनअंकी होईल. परंतु 'न' ची किंमतही एकअंकीच असायला हवी; म्हणून ग = १ आणि न = ९ ही किंमत बरोबर आहे आणि ह्याच किंमती आपण अक्षरगणितात लिहू; म्हणजे (९१ + १९ + ९) = ११९ असे समीकरण मिळते आणि ते बरोबर आहे.

$$\therefore ९१ + १९ + ९ = ११९ \text{ हे उत्तर.}$$

२४. अचपळ भागिले पळ बरोबर चपळ हे कसे ?

पहिल्याच भागाकारावरून च = १ आहे हे स्पष्ट होते. तिसऱ्या भागाकारावरून आपल्या असे लक्षात येते की 'ळ'ला 'ळ' ने गुणिले असता येणाऱ्या गुणाकाराच्या एकमस्थानी पुन्हा 'ळ' येतो. म्हणजेच 'ळ' ची किंमत ०, १, ५ किंवा ६ असली पाहिजे. जर 'ळ' ची किंमत शून्य असती तर पळ गुणिले ळ हा गुणाकार ळ ळ आला असता. तो तसा नाही. म्हणून ळ = ० नाही. जर 'ळ'ची किंमत १ असती तर पळ × ळ = प ळ असते. पण गुणाकार च प ळ आहे. शिवाय च = १ आहे हे आपण अगोदर पाहिलेच आहे. म्हणून ळ = १ नाही. ळ = ६ म्हणावे तर 'प' ची किंमत २ ते ९ पर्यंत काहीही असो. प ६ × ६ बरोबर प प ६ होणे शक्य नाही. म्हणून ळ = ५ हीच किंमत बरोबर असली पाहिजे. आता च प ळ या संख्येऐवजी आपण १ प ५ अशी संख्या लिहू शकतो. आता तिसरा भागाकार आपण पुन्हा एकदा पाहू. प ५ × ५ हा गुणाकार २०० हून लहान आहे. म्हणून 'प' ची किंमत २ किंवा ३ असणे शक्य आहे. दुसरा भागाकार पाहिल्यास आपल्या असे लक्षात येते की, ५ क्ष ही संख्या मिळविण्यासाठी 'प'ची किंमत २ लिहून ती २५ × २ असणे शक्य आहे. पण 'प' ची किंमत ३ झाल्यास ३५ × ३ ही संख्या तीनअंकी होते. म्हणून प = २ हे सिद्ध झाले. यावरून 'क्ष' ची किंमत शून्य ठरते.

आता दिलेले अक्षरगणित अंकात मांडणे अगदी सोपे आहे.

```
२५ ) ३१२५ ( १२५
    - २५
    ----
      ०६२
    - ५०
    ----
      १२५
    - १२५
    -----
      ०००
```

२८ लवकर लवकर सोडवा !

या कोड्यात गुण्य ल व क र आहे. गुणक ल व क र आहे आणि गुणाकाराच्या सहस्र ते एकमस्थानापर्यंत ल व क र आहे.

याचाच अर्थ गुण्य 'र' ला गुणक 'र' ने गुणिले असता गुणाकाराच्या एकमस्थानी 'र' च आला पाहिजे. म्हणून र = ०, १, ५ किंवा ६ असेल तरच ही गोष्ट शक्य आहे.

परंतु र = ० नाही. कारण र= ० असता तर ल व क र × र हा गुणाकार शून्य झाला असता आणि प्रत्यक्षात हा गुणाकार पाचअंकी आहे. याच कारणाने य = १ असेही असू शकत नाही.

आता र = ५ आहे का ते पाहू.

र = ५ असल्यास क = २ असला पाहिजे तरच क र × क र = * कर होणार. 'क' ची किंमत याहून भिन्न असल्यास क र × क र= *क र होणार नाही.

म्हणून र = ५ आणि क = २ असे गृहीत धरून आपण व क र × व क र = * व क र मिळविता येतात का ते पाहू.

र = ५ आणि क = २ असल्याने 'व' ची किंमत या दोन अंकांहून भिन्न म्हणजे ०, १, ३, ४, ६, ७, ८ किंवा ९ यापैकी कोणतीही एक असली पाहिजे. तथापि 'व' साठी यापैकी कोणतीही किंमत मान्य केल्यास व क र × व क र = * व क र मिळत नाही. म्हणजेच र =५ असू शकत नाही.

आता आपण र = ६ असे मानू.

र = ६ असल्यास क = ७ असले पाहिजेत; तरच क र × क र = * क र मिळतात. 'क' ची किंमत सातहून भिन्न असल्यास गुणाकाराची पूर्ती होत नाही.

म्हणून र = ६ आणि क = ७ असे गृहीत धरून व क र × व क र = * व क र मिळतात का हे पाहू. 'व' ची किंमत ३ असल्यास असे होणे शक्य आहे; अन्यथा नाही. प्रत्यक्ष पाहाच ३७६ × ३७६ = ४१३७६.

म्हणून र = ६, क = ७ आणि व = ३ असे असले पाहिजे. या किंमती घेऊन ल व क र × ल व क र = * * * * ल व क र मिळतात का पाहू.

'ल' ची किंमत १, २, ४, ५, ८ किंवा ९ यांपैकी कोणती तरी एक असू शकते.

यापैकी 'ल' ची किंमत ९ असली तरच ल व क र × ल व क र = **** ल व क र या अटीची पूर्ती होते. म्हणून ल = ९ आणि ल व क र ही संख्या ९३७६ आहे.

पडताळा :

```
        ९ ३ ७ ६
      × ९ ३ ७ ६
      ---------
      ५ ६ २ ५ ६
    ६ ५ ६ ३ २
  २ ८ १ २ ८
८ ४ ३ ८ ४
---------------
८ ७ ९ ० ९ ३ ७ ६
```

२६. ढग, जलवायू व जीवन

प्रथम ढ × ग = जल हे समीकरण पाहू :

'जल' ही गुणाकाराची किंमत दोनअंकी असल्याने 'ढ' किंवा 'ग'ची किंमत १ असूच शकत नाही.

ढ = २ असे मानल्यास 'ग' ची किंमत ५ किंवा त्याहून अधिक असली पाहिजे.

पण ग = ५ असू शकत नाही. कारण २ × ५ = १० म्हणून ल = ० परंतु कोणत्याही अक्षराची किंमत शून्य नाही.

ग = ६ ही असू शकत नाही. कारण तसे झाल्यास ल = ढ = २ होईल. म्हणून कदाचित ग = ७ असू शकेल.

∴ २ × ७ असे तात्पुरते मानू.

एवढे झाल्यावर पुढच्या समीकरणाकडे वळू.

येथे जल × वायू = जीवन.

'जल' ची किंमत कमीत कमी १४ असेल हे आपण अगोदर पाहिलेचा आहे. कदाचित ती जास्त असेल. जल = १४ किंवा त्याहून जास्त असल्यास 'वायू' मधील 'वा' ची किंमत ८ किंवा ९ असू शकत नाही. अन्यथ जल × वायू हा गुणाकार चारअंकी होईल.

ढ, ग, ज आणि ल च्या किंमती अनुक्रमे २, ७, १ आणि ४ असल्याने उरलेल्या अक्षरांच्या किंमती ३, ५, ६, ८ आणि ९ असू शकतात.

जल = १४ असल्यास 'वायू' मधील 'यू' = ३, ५, ६ आणि ८ असू शकत नाही.

कारण १४ × ३ = ४२ (ढ = न = २)
१४ × ५ = ७० ('न' शून्य असू शकत नाही)
१४ × ६ = ८४ (ल = न = ४)
१४ × ८ = ९८ (यू = न = ८)

∴ यू = ९ असेल.

पण यू = ९ असल्यास वा = ३, ५, ६ किंवा ८ असू शकत नाही.

∴ जल = १४ हे गृहीत चूक आहे.

ढ × ग = २ × ८ = १६ असे आपण मानू.

तथापि जल = १६ असल्यास 'यू'ची किंमत ३, ४, ५ किंवा ७ असू शकत नाही.

पण यू = ९ असू शकते.

ढ × ग = १६ आणि यू = ९ असल्यास वा = ३, ४, ५, किंवा ७ असू शकत नाही. ∴ जल = १६ हेही गृहीत चुकीचे आहे.

∴ ढ × ग = २ × ९ = १८ असे मानल्यास काय होते ते पाहू :

जल = १८ असल्यास यू = ४, ५ किंवा ६ असू शकत नाही. पण यू = ३ किंवा ७ असू शकतात.

जल = १८ आणि 'यू' ३ असल्यास १८ × वा ३ =.... ४

∴ वा = ५, ६ किंवा ७ असू शकत नाही. तसेच यू = ७ असल्यास वा = ३, ४ किंवा ५ असू शकत नाही.

∴ ढ × ग = २ × ९ = १८ हे गृहीत देखील चूक आहे.

म्हणून जल = ३ × ४ = १२ आहे असे समजू.

जल = १२ असल्यास 'वायू' मधील यू = ५, ६ किंवा ७ देखील असू शकत नाही. तसेच यू = ९ असल्यास वा = ५, ६, ७ किंवा ८ होऊ शकत नाही.

∴ ढ × ग = ३ × ४ = १२ नाही.

ढ × ग = ३ × ५ = १५ असू शकत नाही. कारण १५ ला एखाद्या संख्येने गुणल्यास गुणाकाराच्या एकम स्थानी ० किंवा ५ येतात आणि ही गोष्ट कोड्यात दिलेल्या अटीत बसत नाही.

∴ जल = ३ × ६ = १८ असेल.

∴ जल = १८ असल्यास 'वायू' मधील 'यू' = ४ असू शकतो.

'वा'ची किंमत २, ५, ७ किंवा ९ असेल.

वा = २ असू शकत नाही.

वा = ५ आहे असे मानू आणि हे शक्य आहे.

इतकेच नव्हे तर 'जीवन' मधील 'जी' आणि 'व'ची किंमत अनुक्रमे ९ व ७ होत असल्याने समस्यापूर्ती होते.

∴ ढ × ग = जल

जल × वायू = जीवन

हे सांकेतिक कोडे उलगडल्यावर आपणास पुढील समीकरण मिळते.

३ × ६ = १८

१८ × ५४ = ९७२.

घ्या ही कोडी वजनावर आणि मापावर !

२७. सिमेंटची पोती

केवळ तीन वजनांत कमी वजनाचे पोते शोधून काढताना सिद्रामप्पाने पुढीलपैकी कोणतीतरी एक पद्धत अवलंबिली असेल.

पहिली पद्धत 'अ'

१) प्रथम त्याने एका पारड्यात ४ आणि दुसऱ्या पारड्यात ४ पोती टाकून वजन केले असणार.

समजा, दोन्ही पारडयांतील पोत्यांचे वजन सारखे आहे.

म्हणजे आठही पोती १०० किलो वजनाची आहेत. म्हणजे कमी वजनाचे पोते उरलेल्या ४ पोत्यांपैकी आहे.

२) त्याने उरलेल्या ४ पोत्यांपैकी २ पोती एका पारडयात आणि दुसरी २ पोती दुसऱ्या पारड्यात टाकून वजन केले असणार. यावेळी कोणते तरी एक पारडे वर गेले असणार. याचाच अर्थ त्या पारड्यांतील २ पोत्यांपैकी १ पोते कमी वजनाचे असणार.

३) वर गेलेल्या पारड्यातील दोन्ही पोती काढून त्याने प्रत्येक पारड्यात एक एक पोते ठेवून वजन केले असणार. जे पारडे वर गेले होते त्यातील पोते कमी वजनाचे होते असे त्याने शोधून काढले असणार.

पहिली पद्धत 'ब'

१) प्रथम प्रत्येक पारडयात ४–४ पोती टाकून वजन केले असता दोन्ही पारड्यातील वजने 'अ' मध्ये म्हटल्याप्रमाणे समान न होता असमान होऊन एक पारडे वर गेले असणार.

या पहिल्या वजनावरून सिद्रामप्पाने असे अनुमान काढले असणार की कमी वजनाचे पोते 'वर' गेलेल्या पारड्यात होते.

२) यावेळी तो 'वर' गेलेल्या पारड्यातील चारी पोती काढून घेणार आणि पुन्हा तीच प्रत्येक पारड्यात २ याप्रमाणे ठेवणार.

जे पारडे 'वर' जाईल त्या पारड्यात कमी वजनाचे पोते असणार.

३) पुन्हा कमी वजनाच्या पारड्यातील दोन्ही पोती काढून त्याने प्रत्येक पारड्यात एक एक पोते ठेवून वजन केले असणार. जे पारडे हलके असेल ते वरती जाईल. यावरून हलक्या पारड्यातील सिमेंटचे पोते वजनाला कमी होते हे त्याला कळून आले असणार.

कदाचित् सिद्रामप्पाने दुसरी पद्धतही अवलंबिली असणार.

दुसरी पद्धत

१) प्रथम त्याने प्रत्येक पारड्यात ६–६ पोती ठेवून वजन केले असणार. ज्या पारड्यात कमी वजनाचे पोते ते पारडे वर जाणार. सिद्रामप्पा या हलक्या पारड्यातील ६ पोती पुढील वजनासाठी घेणार.

२) पुन्हा प्रत्येक पारडयात वरील ६ पैकी ३–३ पोती ठेवून तो वजन करणार. जे पारडे वर जाणार तीत कमी वजनाचे पोते असणार म्हणून नेमकी ही तीन पोती बाजूस काढून तो ती पुढील वजनासाठी घेणार.

३) पुन्हा प्रत्येक पारडयात वरील ३ पोत्यांपैकी तो एक–एक पोते ठेवणार आणि तिसरे बाजूला वेगळे ठेवणार.

पारडी समतोल झाल्यास बाजूला वेगळे ठेवलेले सिमेंटचे पोते कमी वजनाचे असणार.

पारडी असमतोल झाल्यास जे पारडे वर जाईल त्यात कमी वजनाचे सिमेंटचे पोते असणार.

२८. सुवर्ण मोहोरा

आपण मोहरांना अ, ब, क, ड, ई आणि फ अशी नावे देऊ.

समजा, चिकित्सकाने एका पारडयात 'अ' मोहोर आणि दुसऱ्या पारडयात 'ब' मोहोर ठेवून वजन केले. 'ब' पारडे खाली गेले. अशा वेळी तो पारड्यातील 'ब' मोहोर काढून घेईल आणि त्यात 'क' मोहोर ठेवील अन् वजन करील. पारडी समतोल झाल्यास तो असा निष्कर्ष काढील की 'अ' आणि

क मोहरा हलक्या आहेत व 'ब' मोहोर जड आहे. म्हणजेच उरलेल्या 'ड', 'ई' आणि 'फ' ह्या तीन मोहरांपैकी दोन मोहरा जड आहेत आणि एक हलकी आहे.

तिसऱ्यांदा वजन करताना तो 'ड', 'ई' आणि 'फ' पैकी कोणत्याही दोन मोहरा उचलून त्यांचे एकमेकांविरुद्ध वजन करील. तराजू समतोल राहिल्यास त्याला कळून चुकेल की त्या दोन्ही मोहरा जड आहेत. आणि वजन न करता उरलेली तिसरी मोहोर हलकी आहे.

तथापि तराजू समतोल न झाल्यास वजन केलेल्या दोन मोहरांपैकी कोणती मोहोर जड आणि कोणती हलकी आहे हे तो पाहू शकतो. उरलेली तिसरी मोहोर जड असलीच पाहिजे हे त्यास ठाऊक असणार.

पण पहिलेच वजन करताना समजा 'अ' आणि 'ब' ह्या मोहरा सारख्याच भरल्या. अशा वेळीही तो 'ब'च्या ठिकाणी 'क'च मोहोर ठेवील आणि वजन करील. ह्याही वेळी तराजू समतोल राहिल्यास त्याला कळून येईल की 'अ', 'ब' आणि 'क' ह्या तिन्ही मोहरा वजनात सारख्याच आहेत.

तिसऱ्यांदा वजन करताना तो 'अ', 'ब' आणि 'क' पैकी एक मोहोर एका पारड्यात व 'ड', 'ई' आणि 'फ' पैकी एक मोहोर दुसऱ्या पारड्यात घालून वजन करील. तराजूच्या स्थितीवरून कोणते पारडे जड आहे हे पाहील आणि त्यावरून 'अ', 'ब' आणि 'क' ह्या मोहरा जड आहेत की 'ड', 'ई' आणि 'फ' ह्या मोहरा जड आहेत. हे तो ठरवील.

पण दुसऱ्यांदा वजन करताना एक पारडे वर आणि दुसरे पारडे खाली गेले तर काय ? तर त्याला पहिल्या दोन मोहरांत दोन हलक्या आणि एक जड मोहोर आहे की दोन जड आणि एक हलकी मोहोर आहे हे ठरविता येईल. हे ठरविल्यावर 'ड', 'ई' आणि 'फ' मधील किती मोहरा जड आहेत आणि किती हलक्या आहेत हे त्याच्या लक्षात येईल. नंतर 'ड', 'ई' आणि 'फ' पैकी कोणत्याही दोन मोहरांचे वजन करून तो तो 'ड', 'ई' आणि 'फ'चे जड-हलके स्वरूप सहज जाणू शकेल.

ह्याप्रमाणे तीनदा वजन करून तो तीन हलक्या आणि तीन जड मोहरा वेगळ्या करू शकेल.

२९. वेंधळा गंगाराम

गंगारामने १ औंसाचे फक्त एकच वजन खरेदी केले असणार. कारण पूर्वीच्या चार वजनांत १ औंसाचे पाचवे वजन मिळविले की १ औंसापासून १ पौंडापर्यंतची सारी वजने पूर्ण औंसात करता येतात.

या एकूण पाच वजनांच्या साहाय्याने गंगारामला एकाच वेळी जास्तीत जास्त १ पौण्ड १४ औंस वजनाचा माल तोलता आला असणार.

३०. चित्तरंजनचे आव्हान

प्रथम आठातून हलका गोळा दोन वजनांत कसा वेगळा करता येईल ते पाहू :

१) आठापैकी कोणतेही सहा गोळे घ्यावेत. नंतर एका पारड्यात तीन व दुसऱ्या पारड्यात तीन गोळे ठेवून वजन करावे.

अ) पारडी असमतोल झाल्यास जे पारडे वर गेले आहे त्यात हलका गोळा आहे असे समजावे.

२) नंतर हलका गोळा असलेल्या पारड्यातील तिन्ही गोळे काढून घ्यावेत आणि त्यापैकी एक एका पारड्यात आणि दुसरा दुसऱ्या पारड्यात घालून वजन करावे.

अ) पुन्हा पारडी असमतोल झाल्यास जे पारडे वर गेले आहे; त्यात हलका गोळा आहे हे स्पष्ट आहे.

ब) पण समजा, पारडी समतोल झाली. तसे झाल्यास दुसऱ्या वेळी पारड्यात न टाकता उरलेला तिसरा गोळा (पहिला वजनाच्या वेळी हलक्या पारड्यातील काढून घेतलेला) हलका आहे.

याउलट १ अ) मध्ये म्हटल्याप्रमाणे पारडी असमतोल न होता, समतोल झाली तर याचा अर्थ ब) असा होतो की सहा गोळे तराजूत टाकून जे दोन गोळे उरले आहेत त्यापैकी एक गोळा हलका आहे.

म्हणून २) हे उरलेले २ गोळे घ्यावेत. एका पारड्यात एक आणि दुसऱ्या पारड्यात दुसरा टाकून वजन करावे. जे पारडे वर जाईल त्यात हलका गोळा

असेल हे उघड आहे.

अशा तऱ्हेने केवळ दोन वजनांत आपण हलका गोळा कोणता हे शोधून काढू शकतो.

आता गोळ्यांची संख्या एकाने वाढून ती नऊ झाल्यास काय करायचे ते पाहू.

आठ गोळयांतील हलका गोळा शोधून काढताना जसे तीन तीन गोळे घेऊन पहिले वजन करायचे असते तसेच करायचे. आणि पारडी असमतोल झाल्यास १ अ) मध्ये दिल्याप्रमाणे पुढचे वजन करून हलका गोळा शोधून काढावा.

१ ब) मध्ये दिल्याप्रमाणे पारडी समतोल झाल्यास हलका गोळा तराजूत न टाकता उरलेल्या तीन गोळयांत आहे.

म्हणून ह्या तीनांपैकी कोणताही एक गोळा एका पारडयात आणि दुसरा गोळा दुसऱ्या पारडयात टाकून वजन करावे.

य) पारडी समतोल झाल्यास उरलेला तिसरा गोळा हलका आहे.

क्ष) पारडी असमतोल झाल्यास जे पारडे वर गेले आहे त्यात हलका गोळा आहे.

म्हणजे वरील प्रकारे वजने केली असता ९ गोळे असतानाही दोनदा वजन करून हलका गोळा शोधून काढता येतो.

३१. सुरईची क्षमता

आपण सुरईची क्षमता 'क्ष' लिटर आहे असे मानू.

∴ बाटलीतून सुरईने प्रथम दारू काढून घेतल्यावर तीत (१० – क्ष) लिटर दारू उरली.

परंतु (१० – क्ष) लिटर दारू असलेल्या बाटलीत सुरईने पुन्हा 'क्ष' लिटर पाणि टाकल्याने दारू–पाण्याचे एकूण घनफळ १० लिटर झाले.

१० लिटर मिश्रणात (१० – क्ष) लिटर दारू होती.

∴ १ लिटर मिश्रणात $\left(\frac{१० - क्ष}{१०}\right)$ लिटर दारू होती.

दुसऱ्यांदा सुरईने पुन्हा ‘क्ष’ लिटर मिश्रण काढून घेतल्यावर

$\left(\frac{१० - क्ष}{१०}\right) \times$ क्ष इतकी लिटर दारू सुरईत येईल आणि बाटलीत

$\left[(१० - क्ष) - \left(\frac{१० - क्ष}{१०}\right) \times क्ष\right]$ इतकी लिटर दारू उरेल.

पण जॉन अंकलच्या मते बाटलीत फक्त ३.६ लिटर दारू उरली आहे.

$$\therefore (१० - क्ष) - \frac{(१० - क्ष)}{१०} \times \frac{क्ष}{१} = ३.६.$$

$$\therefore \frac{१०० - १० क्ष - १० क्ष + क्ष^२}{१०} = ३.६.$$

$$\therefore १०० - २० क्ष + क्ष^२ = ३६.$$

$$\therefore ६४ - २० क्ष + क्ष^२ = ०.$$

$$\therefore ६४ - १६ क्ष - ४ क्ष + क्ष^२ = ०.$$

$$\therefore १६ (४ - क्ष) - क्ष (४ - क्ष) = ०.$$

$$\therefore (१६ - क्ष)(४ - क्ष) = ०.$$

$$\therefore क्ष = ४ \text{ किंवा } १६.$$

बाटलीत १० लिटर दारू असल्याने सुरईची क्षमता १६ लिटर असू शकत नाही. म्हणून ती ४ लिटर आहे.

पडताळा : पहिल्यांदा ४ लिटर दारू काढून घेतल्यावर बाटलीत ६ लिटर दारू उरली. तीत ४ लिटर पाणी घातल्यावर मिश्रणाच्या प्रत्येक लिटरमध्ये ०.६ लिटर दारू होती. पुन्हा ४ लिटर मिश्रण काढून घेतल्यास ०.६ × ४ = २.४ लिटर दारू कमी झाली आणि बाटलीत (६ − २.४) = ३.६ लिटर दारू उरली.

३२. मृत्युपत्राप्रमाणे वाटणी

प्रत्येक मुलाला ‘अ’ पूर्ण भरलेली पिंपे, ‘ब’ निम्मी भरलेली पिंपे आणि ‘क’ रिकामी पिंपे मिळतात असे आपण समजू. २४ पिंपे ३ मुलांत सारखीच वाटायची असल्याने प्रत्येक मुलाच्या वाट्याला ८ पिंपे आली पाहिजेत.

∴ अ + ब + क = ८............(१)

तसेच पूर्ण भरलेल्या पिंपातील तेल २ आहे आणि निम्म्या भरलेल्या पिंपातील तेल १ आहे असे आपण स्वच्छंदपणे (arbitrarily) मानू. त्यामुळे पाच पूर्ण भरलेल्या पिंपातील तेल १० आणि अकरा निम्म्या भरलेल्या पिंपातील ११ मिळून एकूण तेल २१ होईल. वाटणीनंतर प्रत्येक मुलाच्या वाट्याला ७ तेल येईल.

∴ २ अ + ब = ७.........(२)

वरील दोन समीकरणांचा उपयोग करून आपल्याला अ, ब आणि क यासाठी पुढीलप्रमाणे पर्याय मिळतात.

अ	ब	क
०	७	१
१	५	२
२	३	३
३	१	४

यावरून वाटणीला चार पर्याय आहेत हे स्पष्ट होते. परंतु भरलेली पिंपे ५ असल्याने यातील पर्याय अशा प्रकारे निवडले पाहिजेत की तीन वाटण्या केल्यानंतर ‘अ’ची बेरीज ५ पाच होईल. अशा वाटण्या आपण तीन प्रकारे करू शकतो. त्या म्हणजे—

(एक) ० + २ + ३
(दोन) १ + १ + ३
(तीन) १ + २ + २

साहजिकच आपल्या अशिलाची इच्छा पूर्ण करण्यासाठी विश्वनाथ तेल्याच्या वकिलाने प्रभाकर, प्रदीप आणि प्रमोद या तिन्ही मुलांना पुढील तीनांपैकी

कोणत्या तरी एका प्रकारे तेलाच्या पिंपाची आणि तेलाची वाटणी करून दिली असेल.

	अ	ब	क	अ	ब	क	अ	ब	क
प्रभाकर	०	७	१	१	५	२	१	५	२
प्रदीप	२	३	३	१	५	२	२	३	३
प्रमोद	३	१	४	३	१	४	२	२	३
	पहिला प्रकार			दुसरा प्रकार			तिसरा प्रकार		

अंकांची कवायत

३३. अकरा तऱ्हांनी २० मिळवायचे

आपण मोठ्यात मोठ्या विषम संख्येपासून सुरुवात करू. विसाच्या जवळची पहिली विषम संख्या आहे १९. परंतु त्यात केवळ १ मिळविल्यावर बेरीज २० होत असल्याने १९ चा विचार करणे शक्य नाही. अशाच प्रकारे आपणास १७, १५ या विषम संख्यांचाही विचार करता येत नाही. १३ चा मात्र अवश्य विचार करता येतो. कारण आपण त्यात एकूण सात वेळा १ मिळवू शकतो.

∴ १३ + १ + १ + १ + १ + १ + १ + १ = २०.... (१)

१३ नंतरची विषम संख्या आहे ११. पण ११ घेतल्यास आपणांस त्यात ९, ७ किंवा ५ मिळविता येत नाही. म्हणून ११_त ३ मिळवून बेरीज करू.

∴ ११ + ३ + १ + १ + १ + १ + १ + १ = २०.... (२)

११ घेऊन याशिवाय दुसरी कोणतीही बेरीज शक्य नाही.

∴ आता ९ घेऊ. ९ घेतल्यास ७ घेता येत नाहीत. कारण ९ आणि ७ मिळून १६ होतात आणि कोणत्याही पूर्णांकाच्या ६ विषम संख्या घेऊन त्यांची बेरीज ४ मिळविता येत नाही. म्हणून ९ बरोबर ५ घेऊ.

∴ ९ + ५ + १ + १ + १ + १ + १ + १ = २०.... (३)

आता ५ ऐवजी ३ घेऊ.

∴ ९ + ३ + ३ + १ + १ + १ + १ + १ = २० (४)

आता आपल्याला ७ कडे मोर्चा वळवावा लागेल.

∴ ७ + ७ + १ + १ + १ + १ + १ + १ = २० (५)

७ + ५ + ३ + १ + १ + १ + १ + १ = २० (६)

७ + ३ + ३ + ३ + १ + १ + १ + १ = २० (७)

या वेळी ५ ह्या अंकाने बेरजेस सुरुवात करावी लागेल.

∴ ५ + ५ + ५ + १ + १ + १ + १ + १ = २० (८)

५ + ५ + ३ + ३ + १ + १ + १ + १ = २० (९)

५ + ३ + ३ + ३ + ३ + १ + १ + १ = २० (१०)

शेवटी ३ ने सुरुवात करू

३ + ३ + ३ + ३ + ३ + ३ + १ + १ = २० (११)

ह्याच पद्धतीने शुभदेने बेरजा केल्या असणार

३४. पुढच्या तीन संख्या

१) पहिल्या स्तंभातील श्रेणीत वरून खाली येताना संख्या दोनाने वाढत जाते. म्हणून समस्यापूर्तीच्या ह्या स्तंभातील संख्या ९ असली पाहिजे.

दुसऱ्या स्तंभातील श्रेणीतील संख्या ० + ४ × ०, ० + ४ × १, ४ + ४ × २, १२ + ४ × ३ अशी वाढत जाते. म्हणून समस्यापूर्तीची संख्या २४ + ४ × ४ = ४० असणार.

तिसऱ्या स्तंभातील श्रेणीत देखील अशीच वाढ होत जाते. म्हणून येथील समस्यापूर्तीची संख्या ४१ असणार.

२) आता हीच समस्या दुसऱ्या तऱ्हेनेही सोडविता येते.

प्राध्यापक रंगरावांनी फळ्यावर लिहिलेली श्रेणी अभ्यासपूर्वक पाहिली की तिचे एक वैशिष्ट्य नजरेत भरण्यास वेळ लागत नाही. हे वैशिष्ट्य म्हणजे मधल्या आणि उजव्या स्तंभातील अंकाची बेरीज केली की आपणास डाव्या स्तंभातील अंकाचा वर्ग मिळतो. उदाहरणार्थ :

३ चा वर्ग ९ आहे (४ + ५)
५ चा वर्ग २५ आहे (१२ + १३)
७ चा वर्ग ४९ आहे (२४ + २५)

यावरून आपल्या हेही लक्षात येते की, बेरजा केलेले अंक हे क्रमवार

आहेत.

याचाच अर्थ श्रेणीतील पुढचा संच असणार

९	४०	४१	$(९^{२} = ४० + ४१)$

आणि श्रेणी पुढीलप्रमाणे चालू राहील.

११	६०	६१	$(११^{२} = ६० + ६१)$
१३	८४	८५	$(१३^{२} = ८४ + ८५)$
१५	११२	११३	$(१५^{२} = ११२ + ११३)$

३५. मजेशीर पाचअंकी संख्या

आपण ती पाचअंकी संख्या 'क्ष' मानू.

∴ २ हा अंक 'क्ष' ह्या संख्येच्या शेवटी लिहिल्यास मिळणारी नवीन संख्या असणार (१० क्ष + २).

याउलट पाचअंकी संख्येच्या सुरुवातीला २ हा अंक लिहिल्यास आपणास (२ × १,००,००० + क्ष) म्हणजेच (२,००,००० + क्ष) ही नवीन संख्या मिळेल.

आता कोड्यात दिलेल्या माहितीवरून

१० क्ष + २ = ३ (२,००,००० + क्ष)

∴ १० क्ष + २ = ६,००,००० + ३क्ष

∴ ७ क्ष = ५,९९,९९८

∴ क्ष = ८५,७१४

पडताळा :

२ हा अंक ८५,७१४ च्या शेवटी लिहिल्यास आपणास ८,५७,१४२ ही संख्या मिळते आणि तो अंक ८५,७१४ च्या सुरुवातीला लिहिल्यास २,८५,७१४ ही संख्या मिळते.

∴ २,८५,७१४ × ३ = ८,५७,१४२

∴ ती पाचअंकी मजेशीर संख्या आहे, ८५,७१४

३६. समस्यांची लयलूट

दहा अंकांच्या स्थानी शून्य मांडून दोन प्रकारे १,१११ मिळविता येतात. ते पुढीलप्रमाणे–

अ) ००१ + ००० + ०५० + ०७० + ९९० = १,१११
ब) १११ + ३०० + ००० + ७०० + ००० = १,१११

नऊ अंकांच्या स्थानी शून्य मांडून चार प्रकारे १,१११ कसे मिळविता येतात ते पुढे दिले आहे.

अ) ००० + ३०० + ००५ + ७०७ + ०९९ = १,१११
ब) ०११ + ३३० + ००० + ७७० + ००० = १,१११
क) १०० + ००० + ००५ + ००७ + ९९९ = १,१११
ड) १११ + ०३० + ००० + ०७० + ९०० = १,१११

आठ अंकांच्या स्थानी शून्य लिहून सहा प्रकारे १,१११ मिळविता येतात ते असे–

अ) ००० + ०३० + ००५ + ०७७ + ९९९ = १,१११
ब) ००१ + ३३३ + ००० + ७७७ + ००० = १,१११
क) ०११ + ३०३ + ००० + ७०७ + ०९० = १,१११
ड) १०१ + ०३३ + ००० + ०७७ + ९०० = १,१११
इ) १०१ + ३०० + ५५० + ०७० + ०९० = १,१११
फ) १११ + ००३ + ००० + ००७ + ९९० = १,१११

सात अंकांच्या स्थानी शून्य लिहून तीन प्रकारे १,१११ मिळविता येतात ते ह्याप्रमाणे

अ) ०१० + ३३० + ०५५ + ७०७ + ००९ = १,१११
ब) ०११ + ०३३ + ००० + ०७७ + ९९० = १,१११
क) ११० + ०३० + ०५५ + ००७ + ९०९ = १;१११

सहा अंकांच्या स्थानी शून्य लिहिले असता एकाच प्रकारे १,१११ मिळविता येतात ते येणेप्रमाणे.

अ) १०० + ३३० + ५०५ + ०७७ + ०९९ = १,१११

पाच अंकांच्या स्थानी शून्य लिहून केवळ एकाच प्रकारे १,१११ मिळविता येतात. कसे ते खाली दिले आहे–

अ) १११ + ३३३ + ५०० + ०७७ + ०९० = १,१११

वेगाची वेगळी कोडी

३७. समोरासमोरून धावणाऱ्या आगगाड्या

अ) गाडीच्या वेगांची अदलाबदल झाली असती तरी एकमेकींना ओलांडण्यास त्यांना पूर्वीइतकाच म्हणजे ४५ सेकंद वेळ लागला असता. कारण गाड्यांच्या एकूण लांबीत आणि त्यांच्या सापेक्ष वेगात काहीच फरक पडला नसता.

ब) पुण्याहून निघालेल्या गाडीची लांबी निम्मी झाली असती तर त्या दोन गाड्यांना एकमेकींना ओलांडण्यास केवळ ३० सेकंद लागले असते. कारण दोन्ही गाड्यांची एकूण मिळून लांबी अशा वेळी पूर्वीच्या लांबीच्या $\frac{२}{३}$ झाली असती. साहजिकच एकमेकींना ओलांडण्यास लागणारा वेळही $\frac{२}{३}$ म्हणजेच $\frac{४५}{१} \times \frac{२}{३}$ = ३० सेकंद झाला असता.

३८. जास्त वेगाने कोणी 'बुलेट' हाणली ?

आपण असे समजू की, फारूख बाटलीवाल्याने एकूण 'क्ष' तास मोटारसायकल हाणली आणि $\frac{१}{३}$ य तास त्याने स्लाईस, बिस्कीट खाऊन चहा पिण्यात घालविले; तर पेस्तनजी ताडीवाल्याने 'य' तास बुलेट हाणली आणि $\frac{१}{२}$ क्ष तास विश्रांतीत घालविले.

पण दोघेही जण एकाच वेळी आरंभस्थानी परतल्याने

$$क्ष + \frac{१}{३} य = य + \frac{१}{२} क्ष$$

$$\therefore \frac{क्ष}{२} = \frac{२}{३} य$$

$$\therefore क्ष = \frac{४}{३} य$$

यावरून फारूखने मोटारसायकलीवरून पेस्तनजीच्या $\frac{४}{६}$ तास प्रवास केला. म्हणजेच फारूखने विश्रांती कमी घेतली आणि जास्त वेळ मोटारसायकल चालविली. याउलट, पेस्तनजीने बियर पिण्यात जास्त वेळ घालवला व कमी वेळ 'बुलेट' चालविली. तरीही त्याने फारूख एवढेच अंतर पार केले.

म्हणून पेस्तनजी ताडीवाल्याने जास्त वेगाने बुलेट हाणली.

३९. नौदलाची टेहळणी

टेहळणी बोटीला टेहळणी करून पुन्हा ताफ्यात येऊन मिळण्यास 'क्ष' तास लागले असे गृहीत धरू.

या 'क्ष' तासात ताफा २० क्ष मैल पुढील दिशेस गेला असणार आणि टेहळणी बोटीने ४० क्ष मैल अंतर पार केले असणार. टेहळणी बोट खरे तर पुढील दिशेस ८० मैल गेली आणि पुन्हा ताफ्यात येऊन मिळण्यास तिने आणखी काही मैल प्रवास केला आणि ताफ्याने त्यांना दिलेल्या मार्गाचा उरलेला भाग पार केला.

थोडक्यात, टेहळणी बोटीने आणि ताफ्याने एकूण मिळून ४०क्ष + २०क्ष मैल प्रवास केला आणि हा एकूण प्रवास २ × ८० मैलांचा झाला आहे.

$$\therefore ४०क्ष + २०क्ष = १६०$$

$$\therefore ६० क्ष = १६० = \frac{८}{३} = २\frac{२}{३}$$

म्हणून टेहळणी बोटीला ताफ्यात पुन्हा येऊन मिळण्यास २ तास ४० मिनिटे लागतील.

दुसरी पद्धत :

टेहळणी बोटीला ४० मैल वेगाने ८० मैल पुढे जाण्यास $\frac{८०}{४०}$ = २ तास लागले.

या दोन तासांत ताफाही २० मैल वेगाने ४० मैल पुढे सरकला. म्हणजेच टेहळणी बोट ८० मैल पुढे जाईपर्यंत ताफ्याने ४० मैल अंतर तोडले होते.

दुसऱ्या शब्दात टेहळणी बोट ताफ्याला मिळण्यासाठी परत फिरली तेव्हा तिच्यात आणि ताफ्यात ४० मैलांचे अंतर होते. टेहळणी बोट आणि ताफा

परस्पर विरुद्ध दिशेने प्रवास करत असल्याने हे अंतर त्यांच्या वेगांच्या बेरजेच्या वेगाने तोडले जाणार.

$$\text{म्हणून } \frac{४०}{४० + २०} = \frac{४०}{६०} = \frac{२}{३} \text{ तास}$$

म्हणजेच ४० मिनिटे

म्हणून ताफ्यापासून पुढे ८० मैल जाऊन पुन्हा ताफ्यात येऊन मिळण्यास टेहळणी बोटीला २ तास ४० मिनिटे लागतील.

४०. घोड्यावर स्वार कोण झाला होता ?

प्रथम हे कोडं बीजगणिताच्या साहाय्यानं सोडवू. आपण पैंगीण ते मडगाव हे अंतर 'क्ष' कि. मी. आहे असे मानू. नंतर असं गृहीत धरू की पाहणीच्या वेळी दत्तारामनं 'य' कि. मी. अंतर पार केलं होतं आणि (क्ष – य) कि. मी. अंतर पार करायचं राहिलं होतं. दत्तारामनं 'य' कि. मी. ऐवजी जर ३ य कि. मी. अंतर पार केलं असतं तर मडगावला जायला केवळ (क्ष – ३ य) कि. मी. इतकंच अंतर बाकी राहिलं असतं किंवा पूर्वी उरलेल्या अंतराच्या निम्मं अंतर म्हणजेच $\frac{१}{२}$ (क्ष – य) कि. मी. अंतर त्याला पार करावं लागलं असतं.

$$\text{यावरून } (\text{क्ष} - ३\ \text{य}) = \frac{१}{२}(\text{क्ष} - \text{य})$$

$$\therefore २\ \text{क्ष} - ६\ \text{य} = \text{क्ष} - \text{य}$$

$$\therefore \text{य} = \frac{१}{५}\text{क्ष}.$$

दत्तारामनं जितक्या वेळात वेळात 'य' कि. मी. अंतर पार केलं तितक्याच वेळात दिगंबरानं 'झ' कि. मी. अंतर पार केलं असं आपण मानू. याचा अर्थ मडगावला पोहोचण्यासाठी दिगंबराला (क्ष – झ) कि. मी. अंतर पार करणं आवश्यक होतं. पण 'झ' ऐवजी जर का दिगंबराने $\frac{\text{'झ'}}{२}$ कि. मी. अंतर पार केलं असतं तर त्याला मडगावपर्यंत पोहोचायला (क्ष – $\frac{१}{२}$ झ) कि. मी. अंतर पार करणं आवश्यक ठरलं असतं. किंवा पूर्वी उरलेल्या अंतराच्या तिप्पट

अंतर म्हणजेच ३ (क्ष − झ) कि. मी. एवढं अंतर पार करावं लागलं असतं.

$$\therefore (\text{क्ष} - \tfrac{१}{२}\text{झ}) = ३(\text{क्ष} - \text{झ})$$

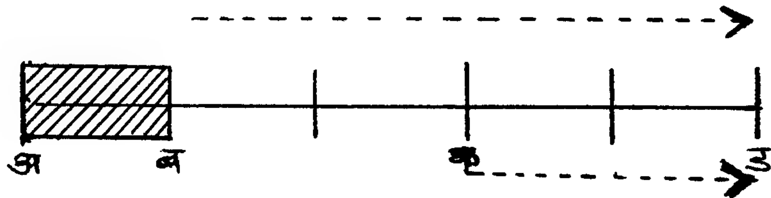
$$\therefore २\,\text{क्ष} - \text{झ} = ६\,\text{क्ष} - ६\,\text{झ}$$

$$\therefore ५\,\text{झ} = ४\,\text{क्ष}$$

$$\therefore \text{झ} = \tfrac{४}{५}\text{क्ष}$$

यावरून दिगंबरानं दत्तारामच्या चौपट वेगाने अंतर पार केलं होतं हे स्पष्ट होतं. म्हणजेच दत्ताराम घोड्यावर स्वार झाला होता.

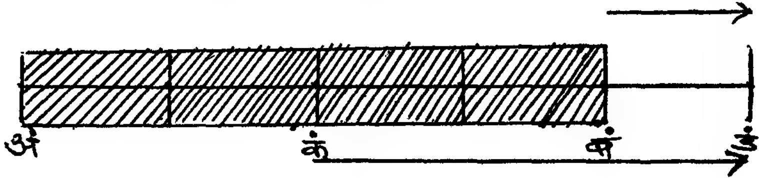
हे कोडं भूमितीच्या मदतीनंही सोडविता येते. कसं ते पाहा. पैंगीण ते मडगाव या रस्त्यावर दत्ताराम पाहणीच्या वेळी किती अंतर गेला होता हे आपण स्वच्छंदपणं निवडलेल्या 'अब' या रेषाखंडानं दाखवू. म्हणजे या रेषाखंडाच्या पुढं सरळ रेषेत तितक्याच लांबीचे सलग दोन रेषाखंड काढल्यास दत्ताराम तिप्पट अंतर पार केलं असता कुठं पोहोचला असता हे दाखविता येईल. या तिप्पट लांबीच्या रेषाखंडाच्या उजव्या टोकाच्या बिंदूला 'क' म्हणू. आता 'अबक' रेषाखंडाचा विस्तार करून त्यावर 'ड' हा बिंदू अशा तऱ्हेनं काढायचा की प्रत्यक्ष 'उरलेल्या' 'बड' या अंतराच्या निम्मं 'कड' हे अंतर असेल. ह्या साऱ्या गोष्टी पुढील आकृती क्रमांक १ मध्ये दाखविल्या आहेत.



आकृती क्र. १

या आकृतीत पैंगीण ते मडगाव हे अंतर पाच समान भागांत विभागलं गेल्याचं स्पष्टपणं पाहता येतं.

दिगंबरनं केलेल्या प्रवासासाठीही आपण अशीच रचना करू. पैंगीण–मडगाव मार्गावर दत्ताराम 'अब' अंतर पार करीपर्यंत दिगंबरानं जितकं अंतर पार केलं होतं ते आपण आकृती क्रमांक २ मध्ये 'अंबं' या दुसऱ्या एका स्वच्छंद रेषाखंडानं दाखवू. या रेषाखंडाची दोन समान भागात विभागणी



आकृती क्र. २

आकृतीचं स्पष्टीकरण : याही आकृतीत पैंगीण ते मडगाव हे अंतर पाच समान भागात विभागल्याचं स्पष्ट दिसतं. 'अड' आणि 'अंडं' हे दोन्ही रेषाखंड पैंगीण ते मडगाव हे अंतर दाखवत असल्यानं ते समान आहेत.

करणाऱ्या बिंदूला जर 'कं' म्हटलं तर दिगंबर प्रत्यक्ष अंतराच्या निम्मं अंतर पार केलं असता कुठं असता हे आपल्याला दाखवता येईल. आता 'अंकंबं' या रेषाखंडाचा विस्तार करून त्यावर 'डं' हा बिंदू अशा तऱ्हेनं काढू की 'कंडं' हे अंतर 'बंडं' या अंतराच्या तिप्पट असेल. कारण 'बंडं' हे प्रत्यक्षात दिगंबरानं पार करायचं अंतर आहे. म्हणजेच दिगंबरानं दत्तारामाच्या चौपट वेगानं अंतर पार केलं आहे. हीच गोष्ट आकृतीत तिरप्या रेषांनी अच्छादलेल्या भागांनी दाखवली आहे. म्हणजेच घोड्यावर दत्ताराम स्वार झाला होता.

हिशेबाची कसोटी

४१. कळंगूट किनाऱ्यावरील शिंपले

घरी आल्यावर प्रत्येक मुलाकडे 'क्ष' शिंपले होते असे मानू. जितूच्या शिंपल्यात घरी येताना ना भर पडली, ना घट झाली. म्हणून सुरुवातीसच त्याने स्वतःसाठी 'क्ष' शिंपले घेतलेले असणार. दिलेल्या गोष्टीवरून हे उघड आहे की जितूने योगेशला (क्ष – २) शिंपले दिले होते, शिल्पाला (क्ष + २) शिंपले दिले होते. पल्लवीला ½ क्ष शिंपले दिले होते. आणि अश्विनीला २ क्ष शिंपले दिले होते.

$\therefore \text{क्ष} + (\text{क्ष} - २) + (\text{क्ष} + २) + \frac{१}{२}\text{क्ष} + २\,\text{क्ष} = ५५.$

$\therefore \frac{११}{२}\text{क्ष} = ५५.$

$\therefore \text{क्ष} = १०.$

याचाच अर्थ जितूने योगेशला ८ शिंपले दिले होते.

शिल्पाला १२ शिंपले दिले होते.
पल्लवीला ५ शिंपले दिले होते.
अश्विनीला २० शिंपले दिले होते.
स्वतःसाठी १० शिंपले ठेवले होते.

४२. फाशावर आकडे कोरणे

फाशावर सहा बाजू असतात. ह्यापैकी कोणत्याही एका बाजूवर १ हा अंक कोरता येईल. म्हणजेच १ हा अंक ६ तऱ्हेने कोरता येईल. एकदा का १ हा अंक कोरला की ६ ह्या अंकाचे स्थान निश्चित झाले. आता उरल्या केवळ ४ बाजू या चारापैकी कोणत्याही एका बाजूवर २ हा अंक कोरता येईल. म्हणजे

२ हा अंक ४ तऱ्हेने कोरता येईल. २ हा अंक कोरल्यावर ५ चे स्थान निश्चित झाले. आता उरल्या फक्त २ बाजू. ह्या दोन बाजूंपैकी कोठेही ३ हा अंक कोरता येईल. याचाच अर्थ ३ हा अंक दोन तऱ्हेने कोरता येईल. ३ चे स्थान निश्चित केल्यावर ४ चे स्थान आपोआप निश्चित होते.

म्हणून फाशावर १ ते ६ अंक ६ × ४ × २ म्हणजेच ४८ तऱ्हेने कोरता येतील.

४३. हुशार विनायक

सदाशिवरावांनी २४ मोदक आणले होते व शेवटच्या वाटणीनंतर तिघा भावांकडे सारखेच मोदक राहिले याचा अर्थ प्रत्येक भावाला शेवटी आठआठ मोदक मिळाले. हीच गोष्ट आपण पुढीलप्रमाणे लिहू :

गजानन	मोरेश्वर	विनायक
८	८	८

शेवटची वाटणी झाल्यावर गजाननकडे ८ मोदक राहिले. पण त्यापूर्वी त्याने आपल्याकडील निम्मे मोदक मोरेश्वरला आणि विनायकाला सारखे वाटून दिले होते. त्याने जर ही वाटणी केली नसती तर तिघा भावांकडे पुढीलप्रमाणे मोदक उरले असते.

गजानन	मोरेश्वर	विनायक
१६ (८ + ४ + ४)	४ (८ − ४)	४ (८ − ४)

मोरेश्वराकडे चार मोदक उरण्यापूर्वी त्याने त्याच्याकडील निम्मे मोदक गजाननाला आणि विनायकाला समसमान वाटून दिले होते. त्याने जर ही वाटणी केली नसती तर तिघा भावांकडे पुढीलप्रमाणे मोदक राहिले असते.

गजानन	मोरेश्वर	विनायक
१४ (१६ − २)	८ (४ + २ + २)	२ (४ − २)

सुरुवातीला विनायकाने जर त्याच्याकडील मोदकांची त्यानेच सांगितल्याप्रमाणे वाटणी केली नसती तर त्या तिघांकडे पुढीलप्रमाणे मोदक राहिले असते.

गजानन	मोरेश्वर	विनायक
१३ (१४ − १)	७ (८ − १)	४ (२ + १ + १)

म्हणून सुरुवातीला गजाननाला १३, मोरेश्वराला ७ आणि विनायकाला ४ मोदक मिळाले होते.

४४. कुलकर्ण्याने काय हिशेब केला ?

वास्तविक शेकोटीचा लाभ तिघांनीही सारखाच घेतलेला होता. म्हणजेच उबेची समान वाटणी करावयाचे म्हटल्यास पाच ढलप्यांचा तिसरा भाग प्रत्येकाने वापरला असे म्हणावे लागेल.

शिरप्याने तीन ढलपे आणले होते व त्यांपैकी $\frac{५}{३}$ ढलपे त्याने स्वतःसाठी वापरले. म्हणून $\frac{३}{१} - \frac{५}{३} = \frac{९-५}{३} = \frac{४}{३}$ ढलपे त्याने छब्याला दिले.

तर माणक्याने आणलेल्या २ ढलप्यांपैकी $\frac{५}{३}$ ढलपे स्वतःसाठी वापरल्याने त्याने $\frac{२}{१} - \frac{५}{३} = \frac{६-५}{३} = \frac{१}{३}$ ढलपा छब्याला दिला.

दुसऱ्या शब्दांत सांगायचे तर छब्याच्या $\frac{५}{३}$ ढलप्यांपैकी $\frac{४}{३}$ ढलपे शिरप्याकडून आले आणि $\frac{१}{३}$ ढलपा माणक्याकडून आला.

याचाच अर्थ ५ रुपयांची वाटणीही ४ : १ या प्रमाणात होऊन शिरप्याला ४ रुपये आणि माणक्याला फक्त १ रुपया मिळाला पाहिजे.

गावच्या कुलकर्ण्याने असाच हिशेब केला असेल.

४५. शेखर सरंजामेकडील रक्कम

शेखर सरंजामेकडे घरून निघताना ‘क्ष’ रुपये आणि ‘२ य’ सुटे पैसे होते असे आपण गृहीत धरू.

∴ त्याच्याकडे सुरुवातीला एकूण (१०० क्ष + २ य) इतके पैसे होते.

पुस्तके, वह्या आणि पेन्सिलीवर पैसे खर्च केल्यावर त्याच्याकडे सुरुवातीला जितके सुटे पैसे होते त्याच्या निम्मे म्हणजे ‘य’ रुपये उरले. तसेच त्याच्याकडे सुरुवातीला जितकी रक्कम पूर्ण रुपयांत होती तितकेच सुटे पैसे आता

त्याच्याकडे उरले. याचा अर्थ त्याच्याकडे आता 'क्ष' पैसे होते.

∴ खर्च केल्यावर शेखर सरंजामेकडे एकूण (१०० य + क्ष) इतके पैसे उरले. ही रक्कम मूळ रकमेच्या निम्मी आहे.

$$∴ (१०० क्ष + २ य) = २ (१०० य + क्ष)$$
$$∴ १०० क्ष + २ य = २०० य + २ क्ष$$
$$∴ ९८ क्ष = १९८ य$$
$$∴ क्ष = \frac{९९}{४९} य \text{ ....(१)}$$

आता 'क्ष' ची किंमत १०० रुपयांजवळ आहे. तसेच ती पूर्ण अंकी आहे. त्याचप्रमाणे 'य' ची किंमत पूर्ण अंकात असलीच पाहिजे. कारण तितके पूर्ण रुपये नंतर उरले आहेत.

म्हणून 'य' ची किंमत ४९ असली पाहिजे.
ही किंमत समीकरण (१) मध्ये लिहिता
क्ष = ९९ आणि य = ४९.

म्हणून शेखर सरंजामेने घरून निघताना ९९ रुपये ९८ पैसे बरोबर घेतले होते.

४६. अंधश्रद्धाळू करुणाकर

०००0१ पासून ९९९९९ पर्यंतचे पाचअंकी क्रमांक एकूण ९९,९९९ आहेत. यांपैकी किती आसन-क्रमांक करुणाकराच्या दृष्टीने शुभ आहेत ते आपण पाहू. एकमस्थानी ३ वगळल्यास उरलेल्या ०, १, २, ४, ५, ६, ७, ८ आणि ९ या नवापैकी कोणताही एक अंक येऊ शकतो. त्याचप्रमाणे दहमस्थानीही तिनापैकी कोणताही एक अंक येऊ शकतो. म्हणजेच दोनअंकी शुभ आसन-क्रमांकांची संख्या ९ × ९ = ८१ होऊ शकते. आसन-क्रमांक तीनअंकी असल्यास शुभ क्रमांकांची संख्या ८१ × ९ = ७२९ होते.

अशा रीतीने आसन-क्रमांक पाचअंकी असल्यास शुभ क्रमांक ७२९ × ९ × ९ म्हणजे ५९०४९ असू शकतात. तथापि ००००० हा आसन-क्रमांक होऊ शकत नाही ही गोष्टही आपण लक्षात घेतली पाहिजे.

म्हणून पाचअंकी शुभ आसनक्रमांक ५९०४९ – १ = ५९०४८ इतके झाले.

तथापि आपण सुरुवातीलाच पाहिले आहे की एकूण पाचअंकी आसन–क्रमांकांची संख्या ९९,९९९ आहे. आणि करुणाकराच्या दृष्टीने शुभ असणाऱ्या आसन–क्रमांकांची संख्या ५९०४८ आहे हे आपण नुकतेच पाहिले.

म्हणून करुणाकराच्या दृष्टीने शुभ ठरणाऱ्या आसन–क्रमांकांची संख्या एकूण आसन–क्रमांकांच्या मानाने ५९ टक्क्याहून काहीशी जास्त आहे. परंतु अवीच्या म्हणण्याप्रमाणे करुणाकराला शुभ ठरणाऱ्या आसन–क्रमांकांची संख्या ९० टक्के आहे. याच कारणामुळे अवीचे म्हणणे पटत नाही.

संकीर्ण

४७. पिंपळवड नवनगरपालिकेची निवडणूक

श्री. पाटोळे यांना एकूण 'क्ष' मते पडली असे गृहीत धरू.

∴ श्री. ढोकले यांना (क्ष − ११) मते पडली.

श्री. छाजेड यांना (क्ष − १७४) मते पडली.

आणि श्री. बांगर यांना (क्ष − ७०८) मते पडली.

३३ मते बाद झाल्याने, वैध होती ६२७९ मते.

∴ क्ष + (क्ष − ११) + (क्ष − १७४;) + (क्ष − ७०८) = ६२७९.

∴ ४ क्ष − ८९३ = ६२७९

∴ ४ क्ष = ७१७२

∴ क्ष = १७९३.

∴ श्री. पाटोळे यांना १७९३ मते पडली.

श्री. ढोकले यांना १७८२ मते पडली.

श्री. छाजेड यांना १६१९ मते पडली.

आणि श्री. बांगर यांना १०८५ मते पडली.

४८. गुंडाळीतील कागदाची लांबी

कागद फिरकीवर गोलाकार गुंडाळलेला आहे. त्यामुळे आपण जर प्रत्येक थरातील गोलाकार कागदाचा परीघ किती हे ठरविले आणि सर्व परिघांची बेरीज केली तर आपणास गुंडाळीतील कागदाची एकूण लांबी मिळेल. तथापि हे वाटते तितके सोपे नाही.

म्हणून आपण अशी कल्पना करू की गुंडाळीवरील कागदाचा बाहेरचा थर जेथे संपतो अगदी तेथेच आपण गुंडाळी अशा तऱ्हेने चिरली आहे की

चीर कागदाच्या रुंदीला समांतर राहील आणि ती सरळ फिरकीच्या बाहेरच्या परिघापर्यंत पोहोचलेली असेल. गुंडाळी अशा प्रकारे चिरल्याने आपणास प्रत्येक थरातील गोलाकार कागद आणि पर्यायाने त्यांचे परीघ एकावर एक रचलेले दिसतील. हे कागद नंतर काळजीपूर्वक उलगडून टेबलावर ठेवले असता आपणास त्यांचा एक गठ्ठा मिळेल. गुंडाळीतील सर्वांत बाहेरचा कागद सर्वांत मोठा असेल आणि तो गठ्ठ्याच्या तळाला जाईल; तर फिरकीजवळील कागद सर्वांत लहान असेल आणि तो गठ्ठ्याच्या अगदी वर येईल. या गठ्ठ्याचा आकार बाजूने पाहिला असता समलंब चौकोनासारखा (trapezium) दिसेल.

समलंब चौकोनाच्या दोन समांतर बाजूंपैकी वरील बाजूस फिरकीजवळचा कागद असेल आणि त्याचा परीघ

२ π × त्रिज्या म्हणजेच $\frac{२}{१} \times \frac{२२}{७} \times \frac{७}{२२}$ = २ इंच असेल आणि खालच्या बाजूस गुंडाळीतील सर्वांत बाहेरचा कागद असेल आणि त्याचा परीघ $\frac{२}{१} \times \frac{२२}{७} \times \frac{७}{१} = ४४$ इंच असेल.

समलंब चौकोनाची (trapezium) उंची असणार

$$\frac{१४ - \frac{७}{११}}{२} = \frac{१४७}{२२} \text{ इंच}$$

$$\therefore \text{ समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} = \frac{१}{२} \times \frac{१४७}{२२} \times \frac{(४४+२)}{१}$$

या क्षेत्रफळास कागदाच्या जाडीने भागिले असता एकूण कागदाची लांबी मिळणार.

$$\therefore \frac{१}{२} \times \frac{१४७}{२२} \times \frac{४६}{१} \times \frac{१३२}{१} = ४४१ \times ४६ \text{ इंच}$$

आपण इंचाचे यार्ड करू.

$$\therefore \frac{४४१}{१} \times \frac{४६}{१} \times \frac{१}{३६} = \frac{११२७}{२} \text{ यार्ड}$$

∴ एकूण कागदाची लांबी ५६३.५ यार्ड आहे.

४९. पेढ्यांचे पुडे

आपण हरीने पाव किलोचे ‘अ’, अर्धा किलोचे ‘ब’ आणि ४ किलोचे ‘क’ पुडे बांधले असे मानू.

∴ अ + ब + क = २०.... (१)

ह्या पुड्यांतील पेढ्यांचे वजनही २० किलो होते.

∴ $\frac{\text{अ}}{४}$ + $\frac{\text{ब}}{२}$ + ४ क = २०.... (२)

किंवा अ + २ ब + १६ क = ८०.... (२’)

समीकरण (२’) मधून समीकरण (१) वजा केल्यावर

ब + १५ क = ६०

∴ क = ४ − $\frac{\text{ब}}{१५}$

आता $\frac{\text{ब}}{१५}$ हा पूर्णांक आहे. तो पूर्णांक आपण ‘क्ष’ ने दाखवू.

∴ क = ४ − क्ष आणि ब = १५ क्ष

आता ‘क’ आणि ‘ब’ च्या ‘क्ष’ मध्ये मिळालेल्या किंमती मूळ समीकरण (२’) मध्ये लिहिल्या असता

अ + ३० क्ष + १६ (४ − क्ष) = ८०

∴ अ + ३० क्ष + ६४ − १६ क्ष = ८०

∴ अ + १४ क्ष = १६ किंवा अ = १६ − १४ क्ष

आता अ ⩾ ०, ब ⩾ ० आणि क ⩾ ० असल्याने ‘क्ष’ ची मर्यादा पुढीलप्रमाणे असेल

० ⩽ क्ष ⩽ १६/१४

म्हणजे ० ⩽ क्ष ⩽ १$\frac{१}{७}$.

यावरून ‘क्ष’ च्या पूर्णांकाच्या दोनच किंमती संभवतात आणि त्या म्हणजे क्ष = ० किंवा १

क्ष = ० असल्यास

अ = १६; ब = ० आणि क = ४ असणार

आणि क्ष = १ असल्यास

अ = २, ब = १५ आणि क = ३ असणार

म्हणजेच आपल्याला दोन उत्तरे मिळाली. पण पाव किलोचे १६ आणि चार किलोचे ४ पुडे हे उत्तर संभवत नाही. कारण यात अर्धा किलोचा एकही पुडा नाही. म्हणून दुसरेच उत्तर स्वीकारण्यासारखे आहे.

म्हणून हरीने पाव किलोचे २, अर्धा किलोचे १५ आणि चार किलोचे ३ पुडे बांधले असणार.

पडताळा :

$$\frac{२}{१} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{२} \text{ किलो}$$

$$१५ \times \frac{१}{२} = \frac{१५}{२} \text{ किलो}$$

$$३ \times ४ = १२ \text{ किलो}$$

$$\therefore \frac{१}{२} + \frac{१५}{२} + \frac{१२}{१} = २० \text{ किलो}$$

५०. चंद्रकीर्तीच्या प्रेयसी

या कोड्याचे उत्तर साधे असून ते गाड्यांच्या वेळापत्रकावर अवलंबून आहे. चर्चगेटकडे जाणाऱ्या आणि त्याविरुद्धच्या गाड्या जरी सारख्याच कालांतराने म्हणजे ६ मिनिटांनी येत असल्या तरी गाड्यांचे वेळापत्रक असे तयार केले आहे की महालक्ष्मी स्टेशनवर दादरकडे जाणाऱ्या गाड्या १ मिनीट अगोदर येतात, त्यामुळे चंद्रकीर्ती प्लॅटफॉर्मवर पहिल्याच मिनिटाच्या कालांतरात आल्यासच चर्चगेटकडे जाणारी गाडी त्याला स्टेशनवर प्रथम आलेली दिसेल. दुसऱ्या कोणत्याही क्षणी तो स्टेशनवर आल्यास म्हणजेच नंतरच्या ५ मिनिटांच्या कालावधीत स्टेशनवर आल्यास त्याला दादरकडील गाडी स्टेशनवर प्रथम आलेली दिसेल. चंद्रकीर्ती स्टेशनवर दुपारी केव्हाही येत असल्याने तो स्टेशनवर नंतरच्या पाच मिनिटांच्या कालावधीत येण्याची शक्यताच जास्त आणि दादरच्या प्रेयसीकडे बारंबार जाण्याचे हेच योग्य कारण आहे.

'निखळ मनोरंजन' ह्या कोडयांच्या संग्रहातील मथळे पाहिले की या संग्रहात समाविष्ट केलेली कोडी किती वैचित्र्यपूर्ण आहेत हे लक्षात यायला वेळ लागत नाही. ती जशी सहजसुंदर आणि मनोरंजक आहेत तशीच ती उत्कंठा वाढवणारी, आकर्षक आणि सोडवाविशी वाटणारी आहेत.

थोडंसं सामान्य ज्ञान व गणिताचं जुजबी ज्ञान असलेल्या आणि तर्कशुद्ध विचार करू शकणाऱ्या कोणाही व्यक्तीला ही कोडी सोडवता येतील. त्यासाठी गणितात विशेष गती असलीच पाहिजे असं नाही.

गणित म्हणजे स्कॉलर लोकांची मक्तेदारी आहे असं समजणाऱ्या किंवा गणिताला रुक्ष विषय मानणाऱ्या वाचकांनाही गणित ह्या विषय किती गमतीचा आणि विरंगुळा देणारा आहे याचा प्रत्यय ह्या संग्रहातील कोडी सोडवताना येईल आणि त्यांचे तासन्तास आनंदात जातील.

'पाहा शोधून संकेत या कोडयांतला' या मथळ्याखालील कोडी म्हणजे तर्कसंगत युक्तिवाद आणि गणित यांच्या मिलाफाने गुंफले गेलेले सुंदर गोफ आहेत हे गोफ हळूहळू उलगडायला वाचकांना नक्कीच आवडेल.

कोणाच्याही मदतीशिवाय कोडयाचं अचूक उत्तर शोधून काढण्यात किती और मजा असते हे वेगळं सांगायला नको. म्हणूनच तुम्ही ही कोडी प्रत्यक्ष सोडवून खरी मजा लुटाल याची खात्री आहे. तथापि एखादं कोडं सोडवता न आल्यास पुस्तकाच्या शेवटी पूर्णतया सोडवलेल्या कोडयांची उत्तरं तुमच्या मदतीला आहेतच.

थोडक्यात सांगायचं तर, या संग्रहातील कोडी म्हणजे निखळ मनोरंजनाची रेलचेलच.